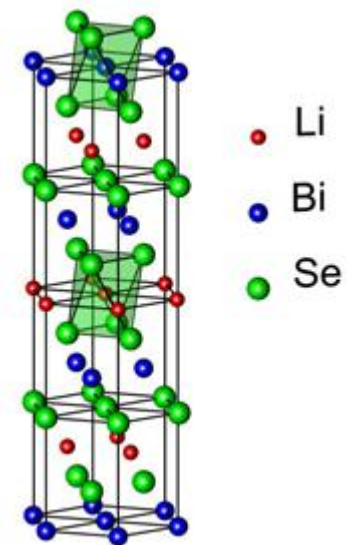


# Модели и моделирование

**Модели и их типы**

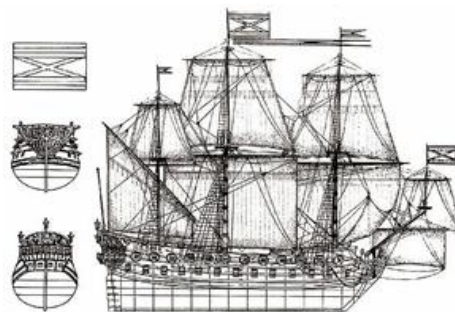
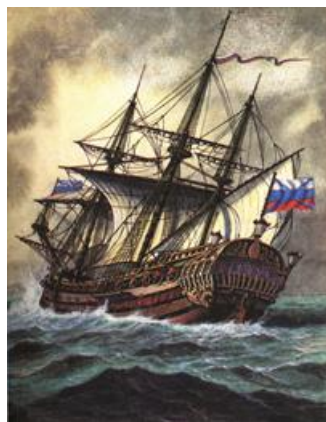
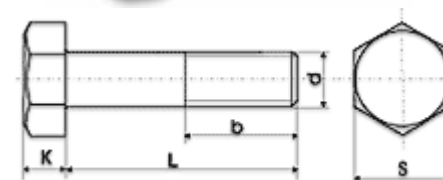
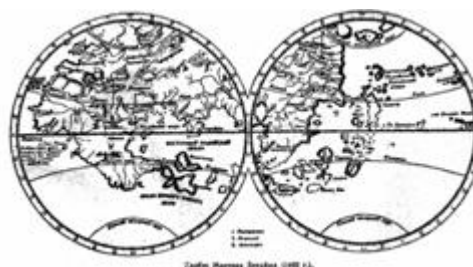
# Модели в нашей жизни



# Что такое модель?

**Модель** – это объект, который обладает некоторыми свойствами другого объекта (*оригинала*) и используется вместо него.

## Оригиналы и модели



Первый линейный русский корабль «Гото Предестинация»

# Что можно моделировать?

---

## Модели объектов:

- уменьшенные копии зданий, кораблей, самолетов, ...
- модели ядра атома, кристаллических решеток
- чертежи
- ...

## Модели процессов:

- изменение экологической обстановки
- экономические модели
- исторические модели
- ...

## Модели явлений:

- землетрясение
- солнечное затмение
- цунами
- ...

# Моделирование

---

**Моделирование** – это создание и использование моделей для изучения оригиналов.

**Когда используют моделирование:**

- **оригинал не существует**
  - древний Египет
  - последствия ядерной войны (Н.Н. Моисеев, 1966)
- **исследование оригинала опасно для жизни или дорого:**
  - управление ядерным реактором (Чернобыль, 1986)
  - испытание нового скафандра для космонавтов
  - разработка нового самолета или корабля
- **оригинал сложно исследовать непосредственно:**
  - Солнечная система, галактика (большие размеры)
  - атом, нейтрон (маленькие размеры)
  - процессы в двигателе внутреннего сгорания (очень быстрые)
  - геологические явления (очень медленные)
- **интересуют только некоторые свойства оригинала**
  - проверка краски для фюзеляжа самолета

# Цели моделирования

---

- **исследование оригинала**

изучение сущности объекта или явления

«Наука есть удовлетворение собственного любопытства за казенный счет» (Л.А. Арцимович)

- **анализ («что будет, если ...»)**

научиться прогнозировать последствия различных воздействиях на оригинал

- **синтез («как сделать, чтобы ...»)**

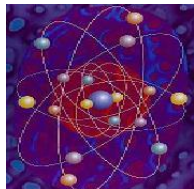
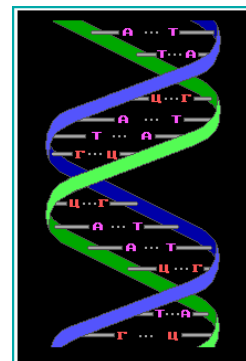
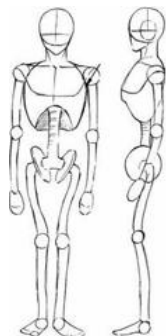
научиться управлять оригиналом, оказывая на него воздействия

- **оптимизация («как сделать лучше»)**

выбор наилучшего решения в заданных условиях



# Один оригинал – одна модель?



• материальная точка

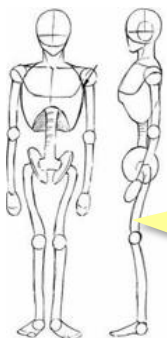


Оригинулу может соответствовать несколько разных моделей и наоборот!

# Зачем нужно много моделей?



Тип модели определяется целями моделирования!



изучение  
строения  
тела



изучение  
наследственности

учет граждан  
страны



примерка  
одежды

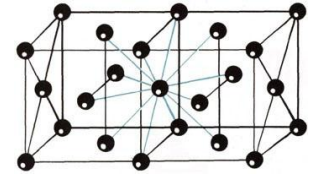
тренировка  
спасателей





# Природа моделей

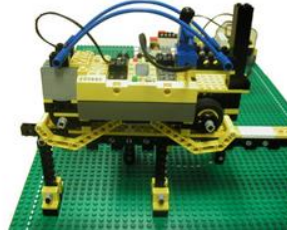
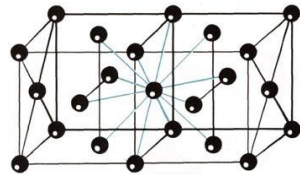
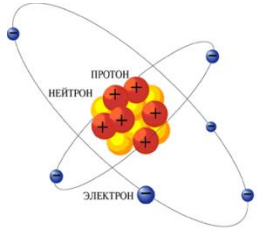
- **материальные (физические, предметные) модели:**



- **информационные модели** представляют собой информацию о свойствах и состоянии объекта, процесса, явления, и его взаимосвязи с внешним миром:
  - **вербальные** – словесные или мысленные
  - **знаковые** – выраженные с помощью формального языка
    - **графические** (рисунки, схемы, карты, ...)
    - **табличные**
    - **математические** (формулы)
    - **логические** (различные варианты выбора действий на основе анализа условий)
    - **специальные** (ноты, химические формулы)

# Модели по области применения

- **учебные** (в т.ч. тренажеры)



- **опытные** – при создании новых технических средств



аэродинамическая труба

испытания в опытном бассейне

- **научно-технические**



имитатор солнечного  
излучения



вакуумная камера в Институте  
космических исследований



вибростенд  
НПО «Энергия»

# Модели по фактору времени

---

- **статические** – описывают оригинал в заданный момент времени
  - силы, действующие на тело в состоянии покоя
  - результаты осмотра врача
  - фотография
- **динамические**
  - модель движения тела
  - явления природы (молния, землетрясение, цунами)
  - история болезни
  - видеозапись события

# Модели по характеру связей

---

- **детерминированные**

- связи между входными и выходными величинами жестко заданы
- при одинаковых входных данных каждый раз получаются одинаковые результаты

## Примеры

- движение тела без учета ветра
- расчеты по известным формулам

- **вероятностные (стохастические)**

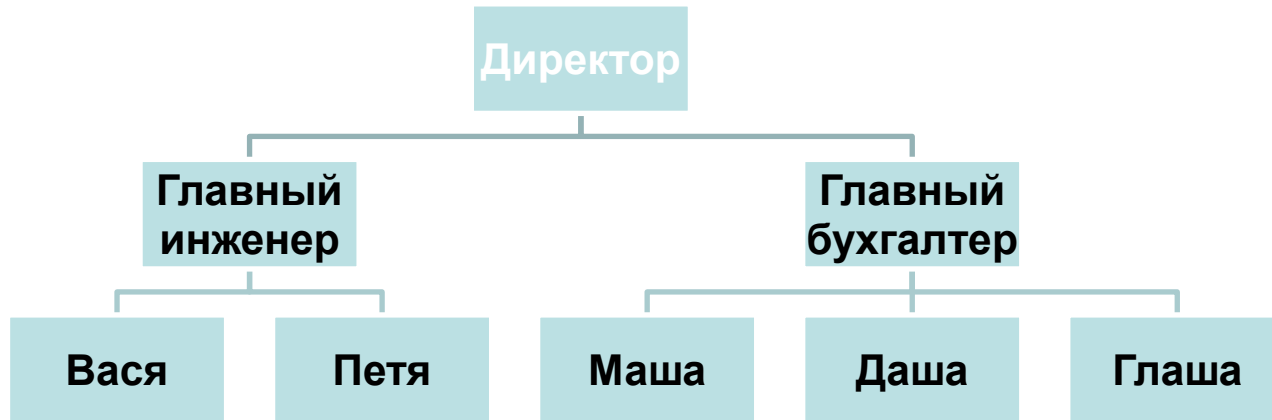
- учитывают случайность событий в реальном мире
- при одинаковых входных данных каждый раз получаются немного разные результаты

## Примеры

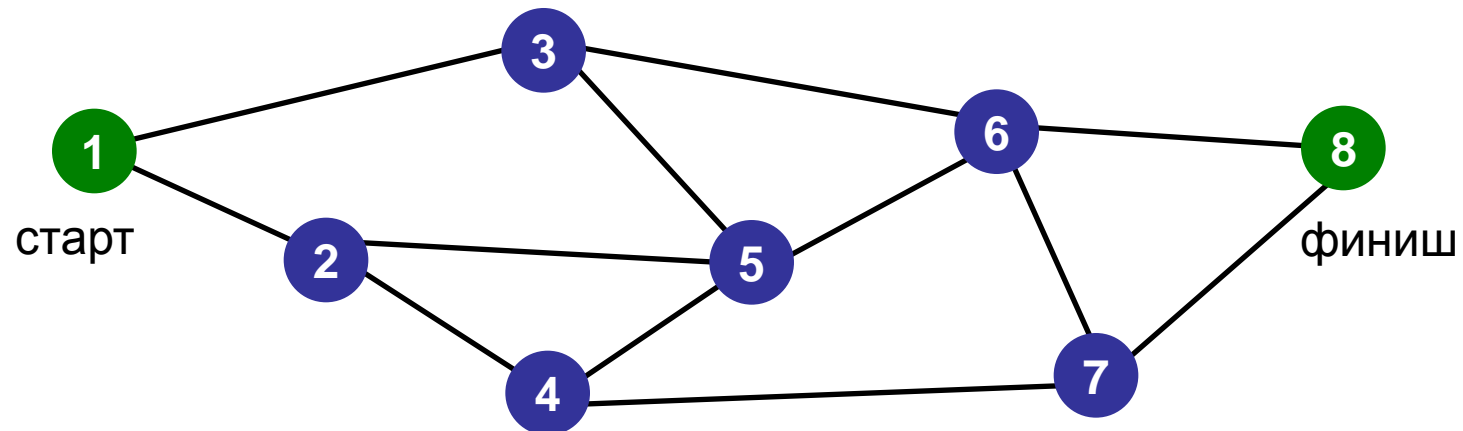
- движение тела с учетом ветра
- броуновское движение частиц
- модель движения судна на волнении
- модели поведения человека

# Модели по структуре

- табличные модели (пары соответствия)
- иерархические (многоуровневые) модели



- сетевые модели (графы)



# Специальные виды моделей

---

## • имитационные

- нельзя заранее вычислить или предсказать поведение системы, но можно имитировать её реакцию на внешние воздействия;
- максимальный учет всех факторов;
- только численные результаты;



Задача – найти лучшее решение **методом проб и ошибок** (многократные эксперименты)!

## Примеры:

- испытания лекарств на мышах, обезьянах, ...
- математическое моделирование биологических систем
- модели бизнеса и управления
- модели процесса обучения



# Специальные виды моделей

---

- **игровые** – учитывающие действия противника

## Примеры:

- модели экономических ситуаций
- модели военных действий
- спортивные игры
- тренировки персонала



**Задача – найти лучший вариант действий в самом худшем случае!**

# Адекватность модели

---

**Адекватность** – совпадение существенных свойств модели и оригинала:

- результаты моделирования согласуются с выводами **теории** (законы сохранения и т.п.)
- ... подтверждаются **экспериментом**



Адекватность модели можно доказать только **экспериментом!**

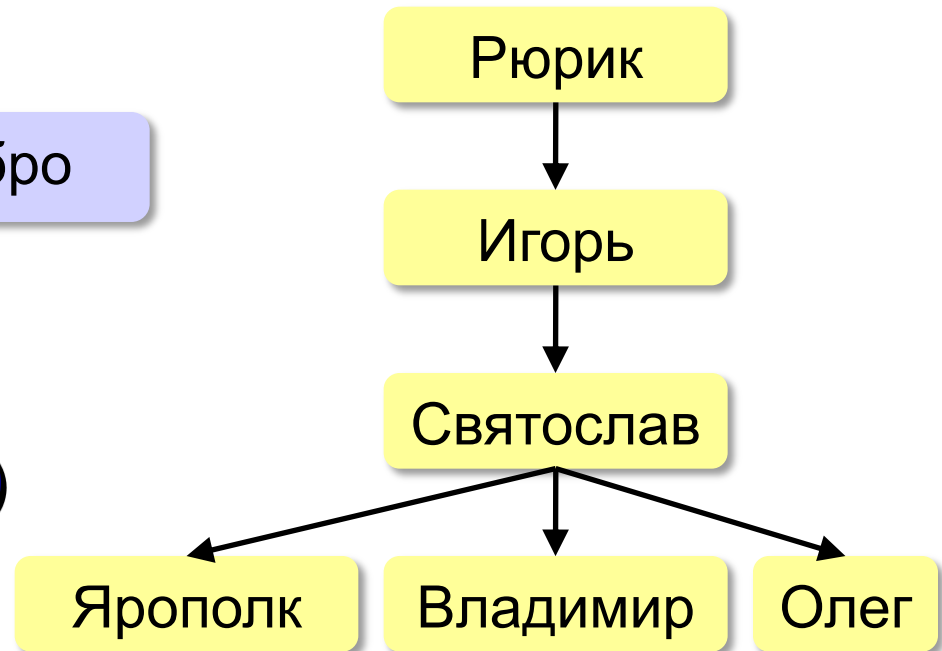
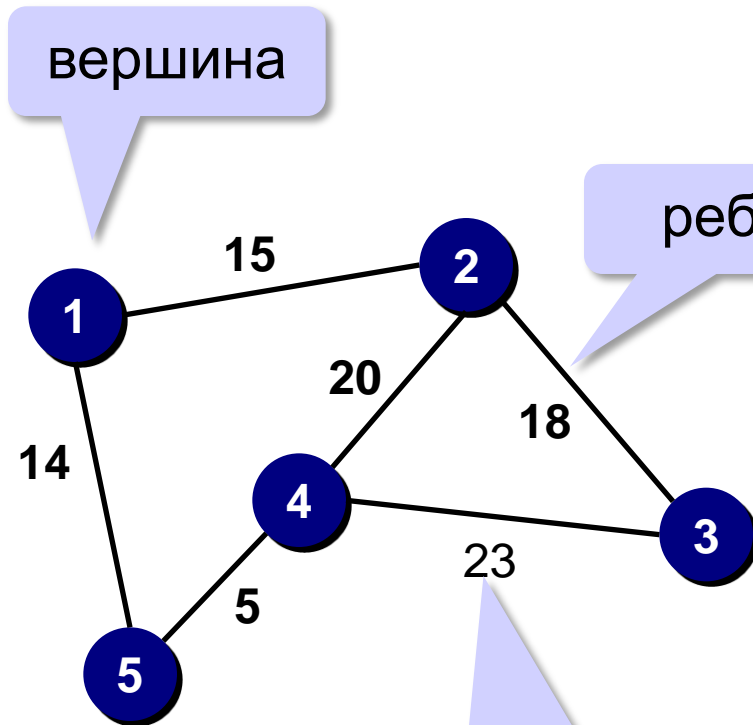
Модель всегда отличается от оригинала



Любая модель адекватна только при определенных условиях!

# Системный подход

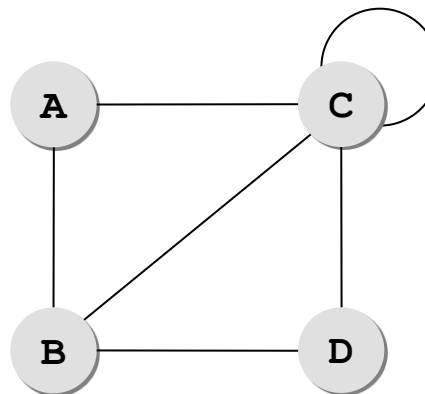
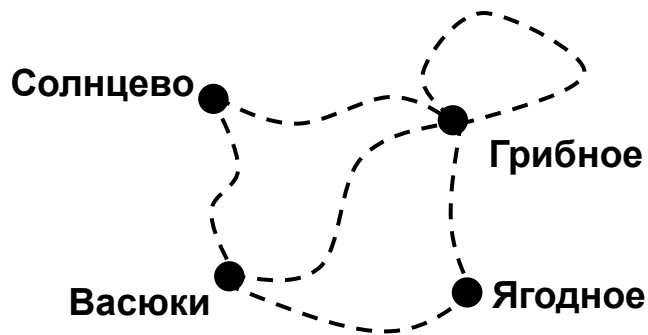
Граф – это набор вершин и соединяющих их ребер.



вес ребра  
(взвешенный граф)

ориентированный граф  
(орграф) – ребра имеют  
направление

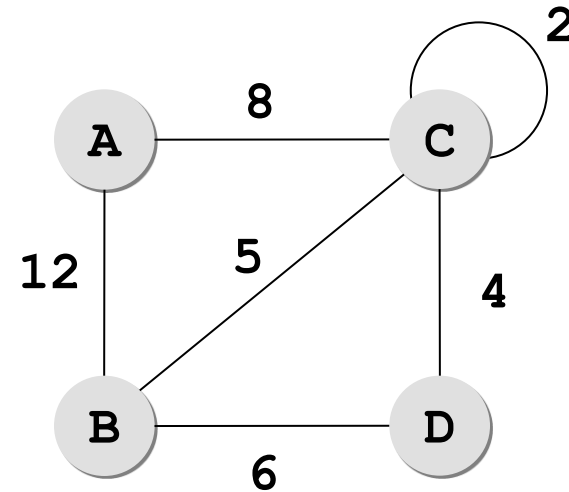
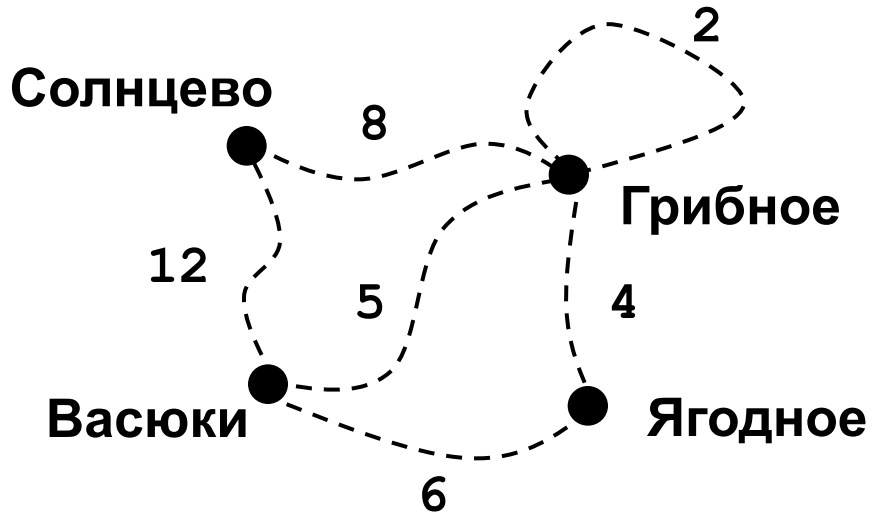
# Матрица смежности



	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

петля

# Весовая матрица

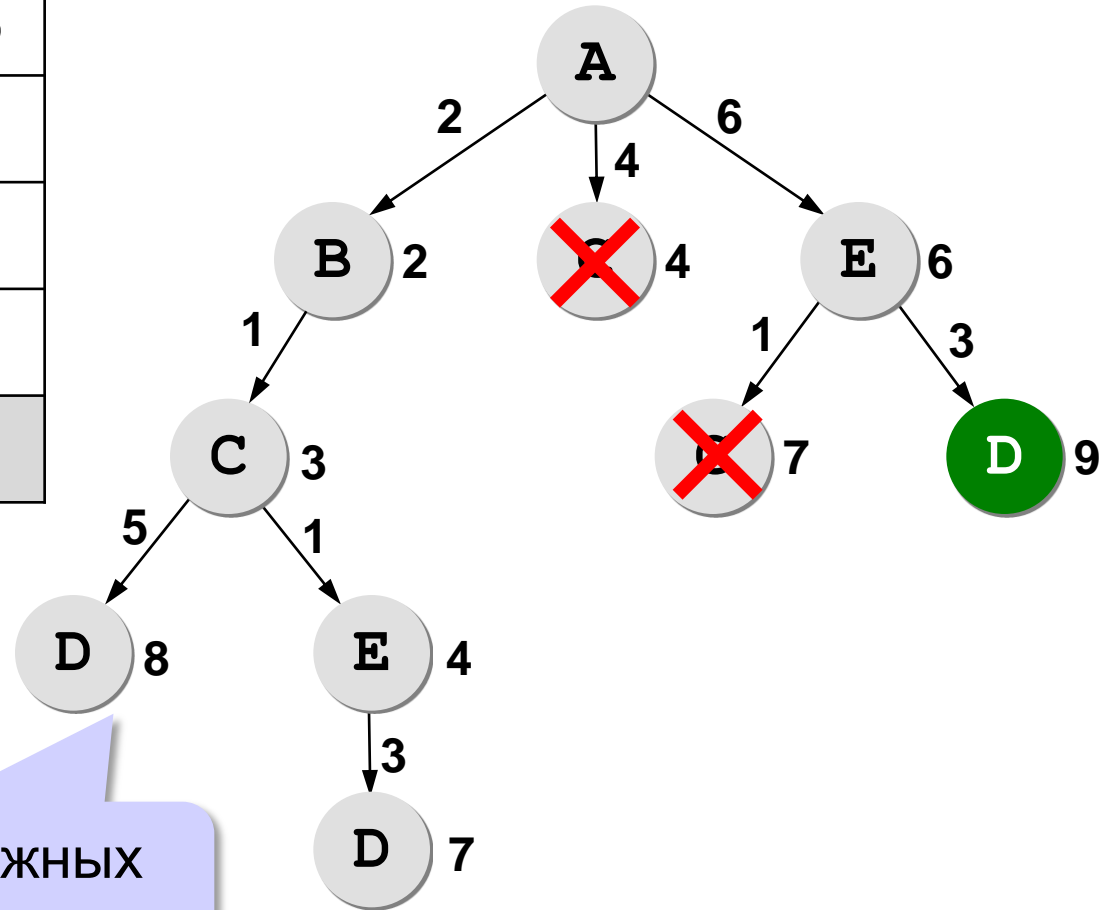


	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

# Кратчайшие пути

	A	B	C	D	E
A		2	4		6
B	2		1		
C	4	1		5	1
D			5		3
E	6		1	3	

Определите кратчайший путь между пунктами А и D.



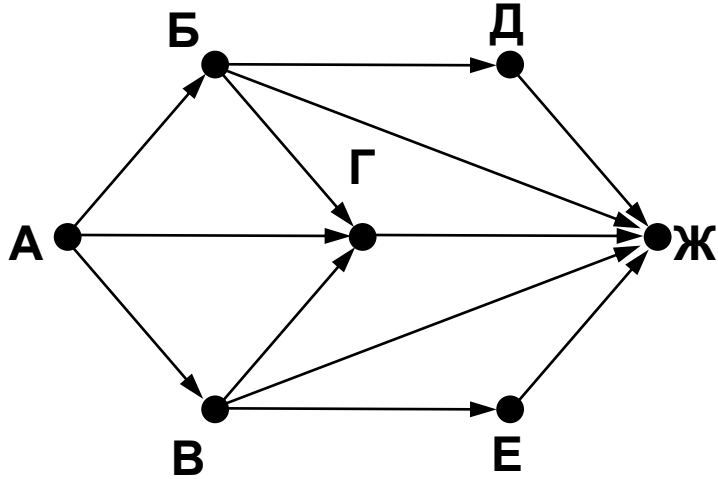
дерево возможных маршрутов



# Количество путей

---

Сколько существует различных путей из А в Ж?



# **Модели и моделирование**

**Этапы моделирования**

# I. Постановка задачи

---

- **исследование оригинала**  
изучение сущности объекта или явления
- **анализ («что будет, если ...»)**  
научиться прогнозировать последствий при различных воздействиях на оригинал
- **синтез («как сделать, чтобы ...»)**  
научиться управлять оригиналом, оказывая на него воздействия
- **оптимизация («как сделать лучше»)**  
выбор наилучшего решения в заданных условиях



**Ошибки при постановке задачи приводят к наиболее тяжелым последствиям!**

# I. Постановка задачи

---

## Хорошо поставленная задача:

- описаны все связи между исходными данными и результатом
- известны все исходные данные
- решение существует
- задача имеет единственное решение

## Примеры плохо поставленных задач:

- Винни Пух и Пятачок построили ловушку для слонопотама. Удастся ли его поймать?
- Малыш и Карлсон решили по-братски разделить два орешка – большой и маленький. Как это сделать?
- Найти максимальное значение функции  $y = x^2$  (нет решений).
- Найти функцию, которая проходит через точки  $(0,1)$  и  $(1,0)$  (неединственное решение).

## II. Разработка модели

---

- **выбрать тип модели**
- **определить *существенные* свойства оригинала**, которые нужно включить в модель, отбросить несущественные (для данной задачи)
- **построить формальную модель**  
это модель, записанная на *формальном языке* (математика, логика, ...) и отражающая только существенные свойства оригинала
- **разработать алгоритм работы модели**  
**алгоритм** – это четко определенный порядок действий, которые нужно выполнить для решения задачи

## III. Тестирование модели

---

**Тестирование** – это проверка модели на простых исходных данных с известным результатом.

### Примеры:

- устройство для сложения многозначных чисел – проверка на однозначных числах
- модель движения корабля – если руль стоит ровно, курс не должен меняться; если руль повернуть влево, корабль должен идти вправо
- модель накопления денег в банке – при ставке 0% сумма не должна изменяться



**Модель прошла тестирование. Гарантирует ли это ее правильность?**



## IV. Эксперимент с моделью

---

**Эксперимент** – это исследование модели в интересующих нас условиях.

### Примеры:

- устройство для сложения чисел – работа с многозначными числами
- модель движения корабля – исследование в условиях морского волнения
- модель накопления денег в банке – расчеты при ненулевой ставке



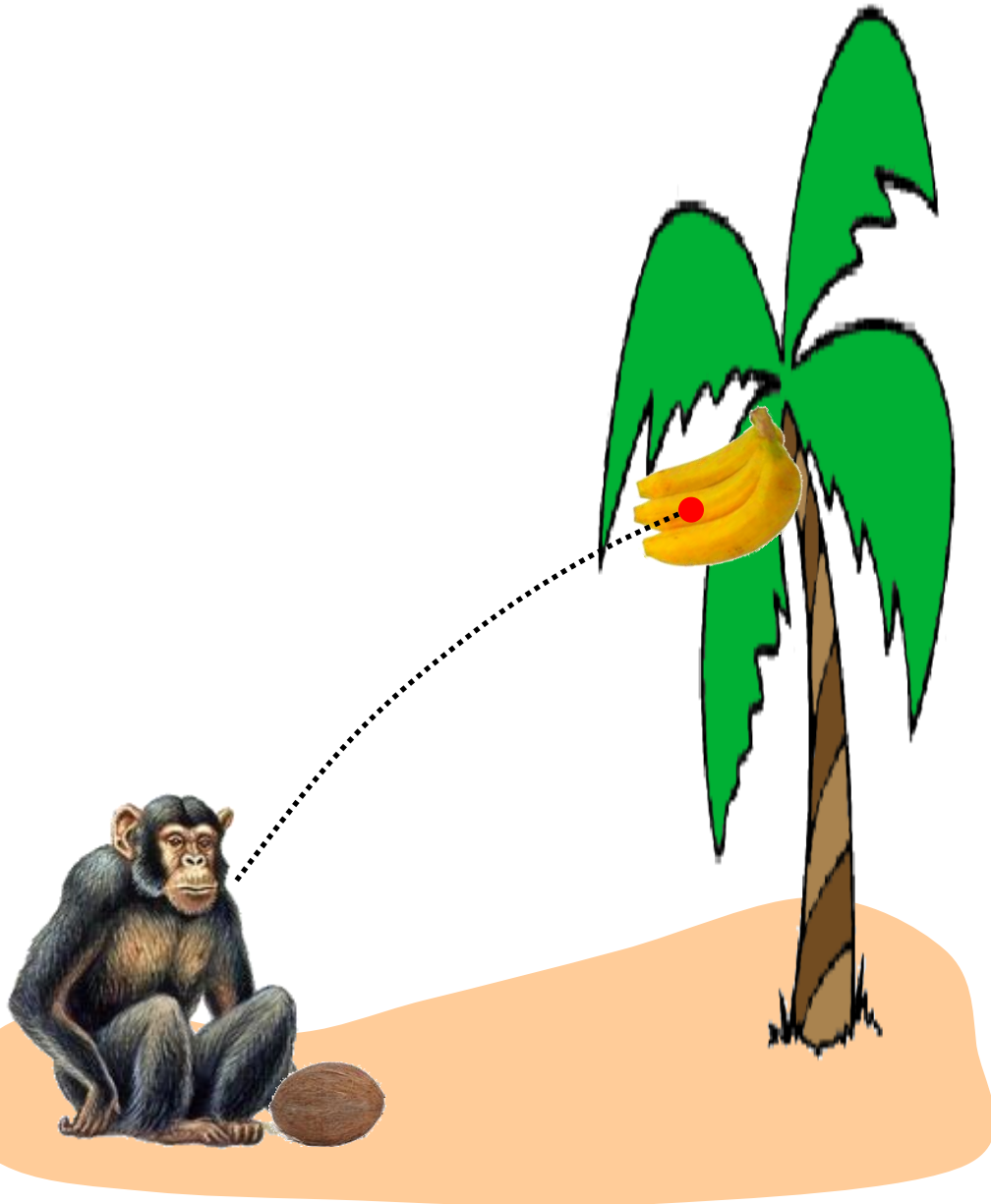
Можно ли 100%-но верить результатам?

## V. Проверка практикой, анализ результатов

---

### Возможные выводы:

- задача решена, модель адекватна
- необходимо изменить алгоритм или условия моделирования
- необходимо изменить модель (например, учесть дополнительные свойства)
- необходимо изменить постановку задачи



**Задача.** Обезьяна хочет сбить бананы на пальме. Как ей надо кинуть кокос, чтобы попасть им в бананы.

**Анализ задачи:**

- все ли исходные данные известны?
- есть ли решение?
- единственно ли решение?

# I. Постановка задачи

---

## Допущения:

- кокос и банан считаем материальными точками
- расстояние до пальмы известно
- рост обезьяны известен
- высота, на которой висит банан, известна
- обезьяна бросает кокос с известной начальной скоростью
- сопротивление воздуха не учитываем

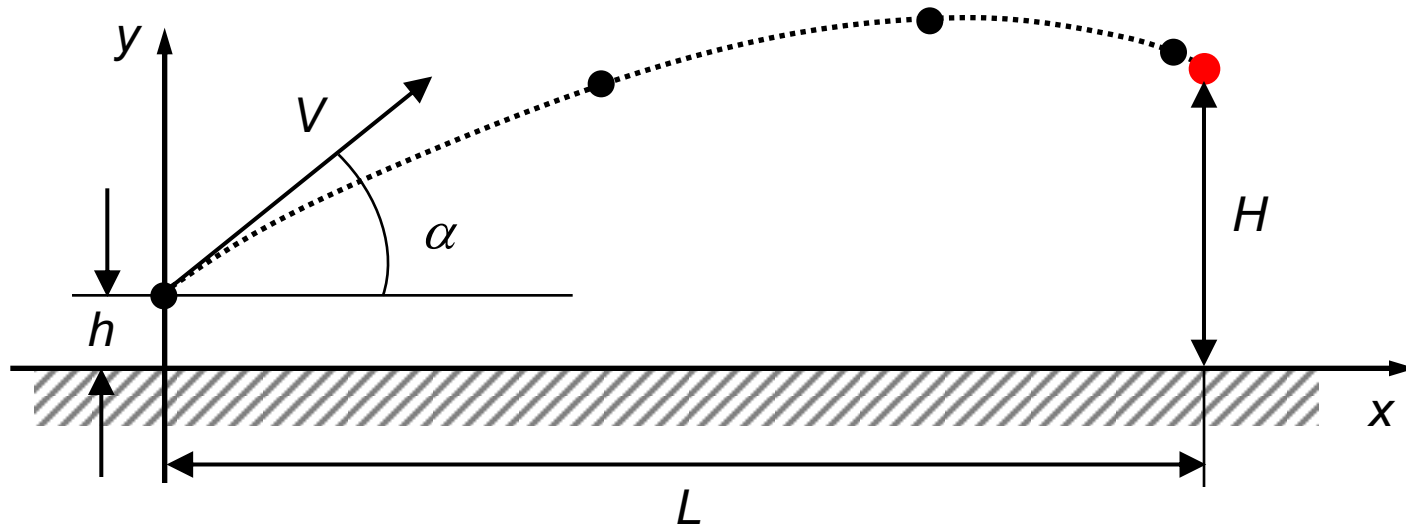
При этих условиях требуется найти начальный угол, под которым надо бросить кокос.



**Всегда ли есть решение?**

## II. Разработка модели

### Графическая модель



### Формальная (математическая) модель

$$x = V \cos \alpha \cdot t, \quad y = h + V \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

**Задача:** найти  $t$ ,  $\alpha$ , при которых

$$V \cos \alpha \cdot t = L, \quad h + V \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = H$$

# III. Тестирование модели

---

## Математическая модель

$$x = V \cos \alpha \cdot t$$

$$y = h + V \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

- при нулевой скорости кокос падает вертикально вниз
- при  $t=0$  координаты равны  $(0, h)$
- при броске вертикально вверх ( $\alpha=90^\circ$ ) координата  $x$  не меняется
- при некотором  $t$  координата  $y$  начинает уменьшаться (ветви параболы вниз)



**Противоречий не обнаружено!**

## IV. Эксперимент

---

### Метод I.

Меняем угол  $\alpha$ . Для выбранного угла  $\alpha$  строим траекторию полета ореха. Если она проходит выше банана, уменьшаем угол, если ниже – увеличиваем.

### Метод II.

Из первого равенства выражаем время полета:

$$V \cos \alpha \cdot t = L \quad \Rightarrow \quad t = \frac{L}{V \cos \alpha}$$

Меняем угол  $\alpha$ . Для выбранного угла  $\alpha$  считаем  $t$ , а затем – значение  $y$  при этом  $t$ . Если оно больше  $H$ , уменьшаем угол, если меньше – увеличиваем.



не надо строить всю траекторию для каждого  $\alpha$

## V. Анализ результатов

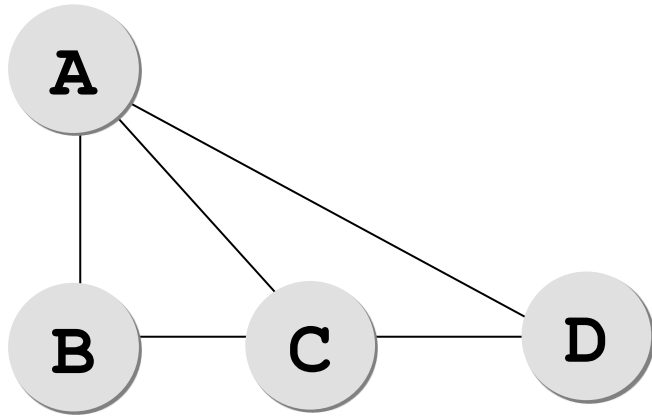
---

1. Всегда ли обезьяна может сбить банан?
2. Что изменится, если обезьяна может бросать кокос с разной силой (с разной начальной скоростью)?
3. Что изменится, если кокос и бананы не считать материальными точками?
4. Что изменится, если требуется учесть сопротивление воздуха?
5. Что изменится, если дерево качается?

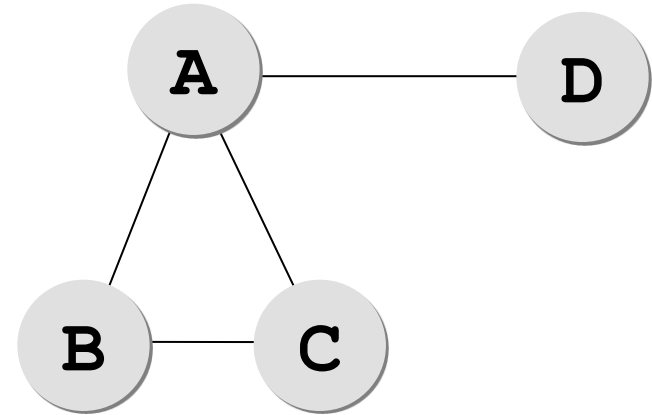


# Самостоятельная работа

# 1) Заполните таблицу

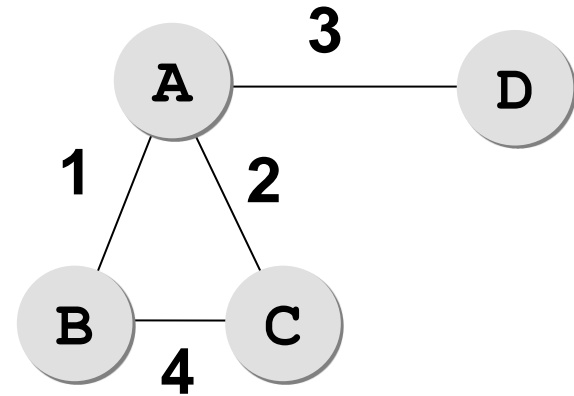
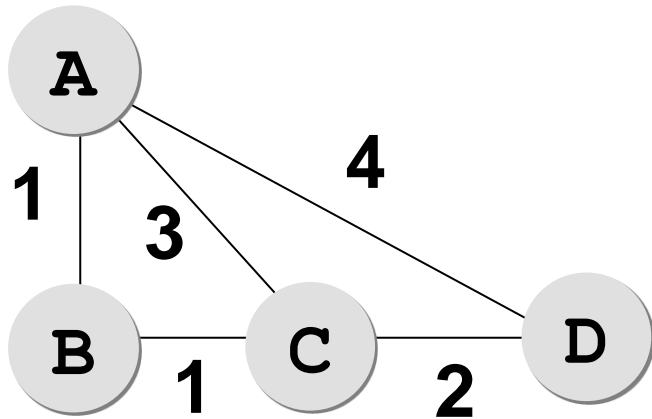


	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				



	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

## 2) Заполните таблицу



	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

3)

	A	B	C	D	E
A		2	4		
B	2		1		7
C	4	1		3	5
D			3		3
E		7	5	3	

Определите кратчайший путь между пунктами А и Е.

## 4) Количество путей

---

Сколько существует различных путей из А в Ж?

