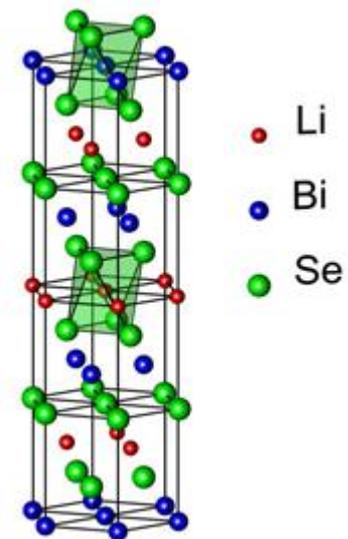


Модели и моделирование

Модели и их типы

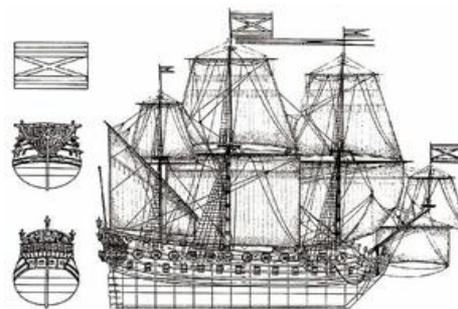
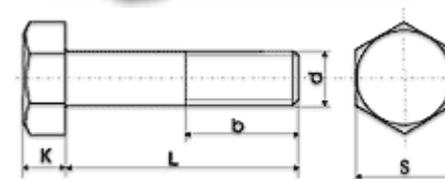
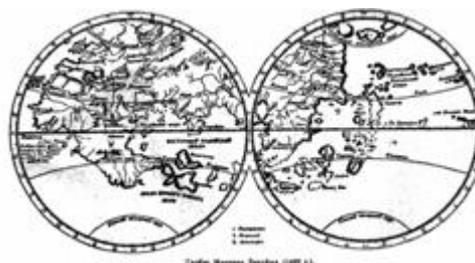
Модели в нашей жизни



Что такое модель?

Модель – это объект, который обладает некоторыми свойствами другого объекта (*оригинала*) и используется вместо него.

Оригиналы и модели



Первый линейный русский корабль «Гото Предестинация»

Что можно моделировать?

Модели объектов:

- уменьшенные копии зданий, кораблей, самолетов, ...
- модели ядра атома, кристаллических решеток
- чертежи
- ...

Модели процессов:

- изменение экологической обстановки
- экономические модели
- исторические модели
- ...

Модели явлений:

- землетрясение
- солнечное затмение
- цунами
- ...

Моделирование

Моделирование – это создание и использование моделей для изучения оригиналов.

Когда используют моделирование:

- **оригинал не существует**
 - древний Египет
 - последствия ядерной войны (Н.Н. Моисеев, 1966)
- **исследование оригинала опасно для жизни или дорого:**
 - управление ядерным реактором (Чернобыль, 1986)
 - испытание нового скафандра для космонавтов
 - разработка нового самолета или корабля
- **оригинал сложно исследовать непосредственно:**
 - Солнечная система, галактика (большие размеры)
 - атом, нейтрон (маленькие размеры)
 - процессы в двигателе внутреннего сгорания (очень быстрые)
 - геологические явления (очень медленные)
- **интересуют только некоторые свойства оригинала**
 - проверка краски для фюзеляжа самолета

Цели моделирования

- **исследование оригинала**

изучение сущности объекта или явления

«Наука есть удовлетворение собственного любопытства за казенный счет» (Л.А. Арцимович)

- **анализ («что будет, если ...»)**

научиться прогнозировать последствия различных воздействиях на оригинал

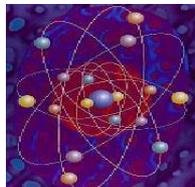
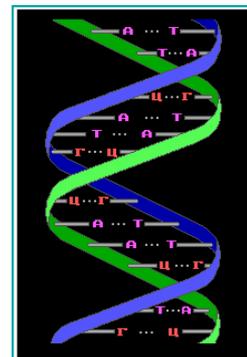
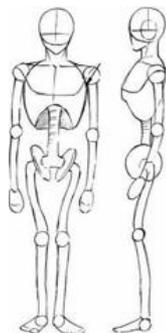
- **синтез («как сделать, чтобы ...»)**

научиться управлять оригиналом, оказывая на него воздействия

- **оптимизация («как сделать лучше»)**

выбор наилучшего решения в заданных условиях

Один оригинал – одна модель?



• материальная точка

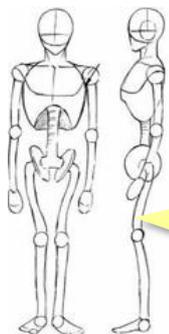


Оригинулу может соответствовать несколько разных моделей и наоборот!

Зачем нужно много моделей?



Тип модели определяется целями моделирования!



изучение
строения
тела



изучение
наследственности

учет граждан
страны



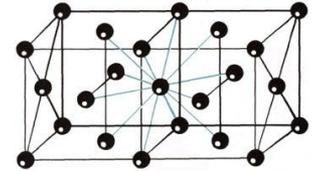
примерка
одежды

тренировка
спасателей



Природа моделей

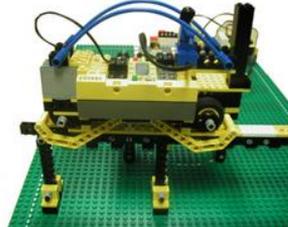
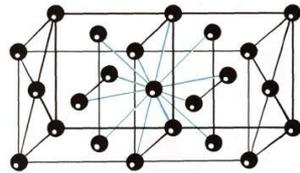
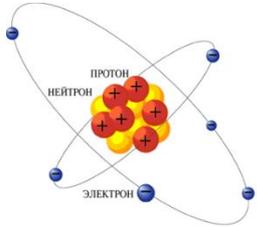
- **материальные (физические, предметные) модели:**



- **информационные модели** представляют собой информацию о свойствах и состоянии объекта, процесса, явления, и его взаимосвязи с внешним миром:
 - **вербальные** – словесные или мысленные
 - **знаковые** – выраженные с помощью формального языка
 - **графические** (рисунки, схемы, карты, ...)
 - **табличные**
 - **математические** (формулы)
 - **логические** (различные варианты выбора действий на основе анализа условий)
 - **специальные** (ноты, химические формулы)

Модели по области применения

- **учебные** (в т.ч. тренажеры)



- **опытные** – при создании новых технических средств



аэродинамическая труба

испытания в опытном бассейне

- **научно-технические**



имитатор солнечного
излучения



вакуумная камера в Институте
космических исследований



вибростенд
НПО «Энергия»

Модели по фактору времени

- **статические** – описывают оригинал в заданный момент времени
 - силы, действующие на тело в состоянии покоя
 - результаты осмотра врача
 - фотография
- **динамические**
 - модель движения тела
 - явления природы (молния, землетрясение, цунами)
 - история болезни
 - видеозапись события

Модели по характеру связей

- **детерминированные**

- связи между входными и выходными величинами жестко заданы
- при одинаковых входных данных каждый раз получаются одинаковые результаты

Примеры

- движение тела без учета ветра
- расчеты по известным формулам

- **вероятностные (стохастические)**

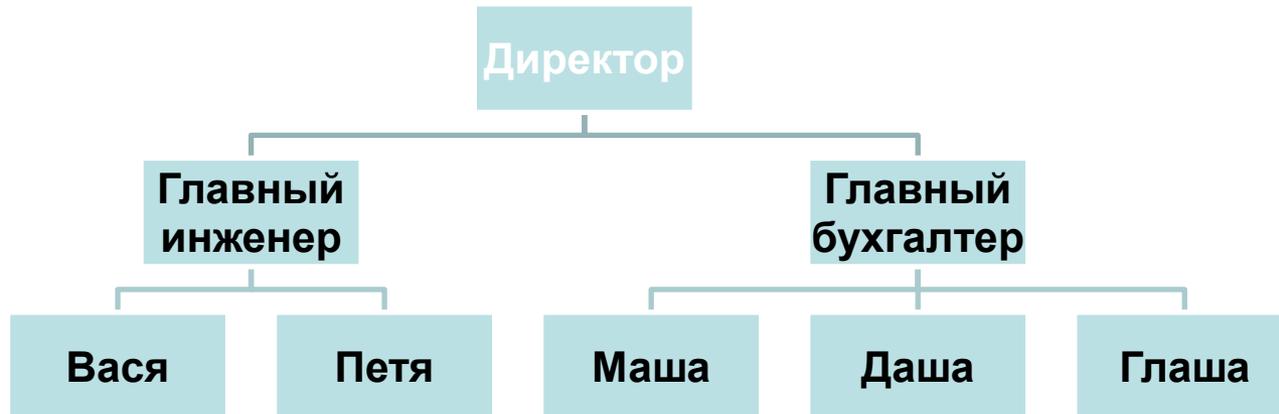
- учитывают случайность событий в реальном мире
- при одинаковых входных данных каждый раз получаются немного разные результаты

Примеры

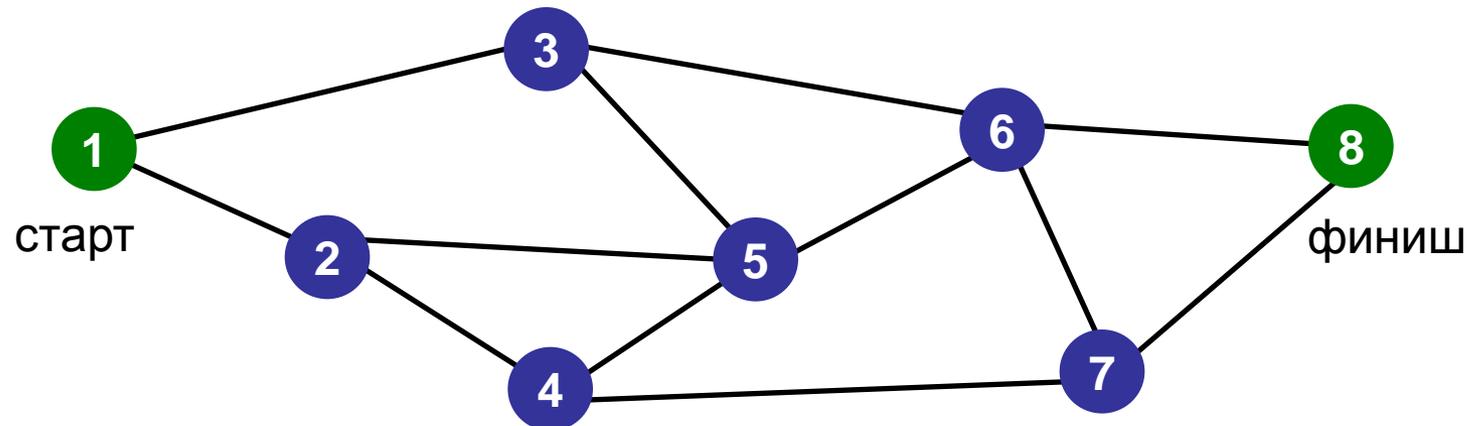
- движение тела с учетом ветра
- броуновское движение частиц
- модель движения судна на волнении
- модели поведения человека

Модели по структуре

- табличные модели (пары соответствия)
- иерархические (многоуровневые) модели



- сетевые модели (графы)



Специальные виды моделей

• имитационные

- нельзя заранее вычислить или предсказать поведение системы, но можно имитировать её реакцию на внешние воздействия;
- максимальный учет всех факторов;
- только численные результаты;



Задача – найти лучшее решение **методом проб и ошибок** (многократные эксперименты)!

Примеры:

- испытания лекарств на мышах, обезьянах, ...
- математическое моделирование биологических систем
- модели бизнеса и управления
- модели процесса обучения

Специальные виды моделей

- **игровые** – учитывающие действия противника

Примеры:

- модели экономических ситуаций
- модели военных действий
- спортивные игры
- тренировки персонала



Задача – найти лучший вариант действий в самом худшем случае!

Адекватность модели

Адекватность – совпадение существенных свойств модели и оригинала:

- результаты моделирования согласуются с выводами **теории** (законы сохранения и т.п.)
- ... подтверждаются **экспериментом**



Адекватность модели можно доказать только **экспериментом!**

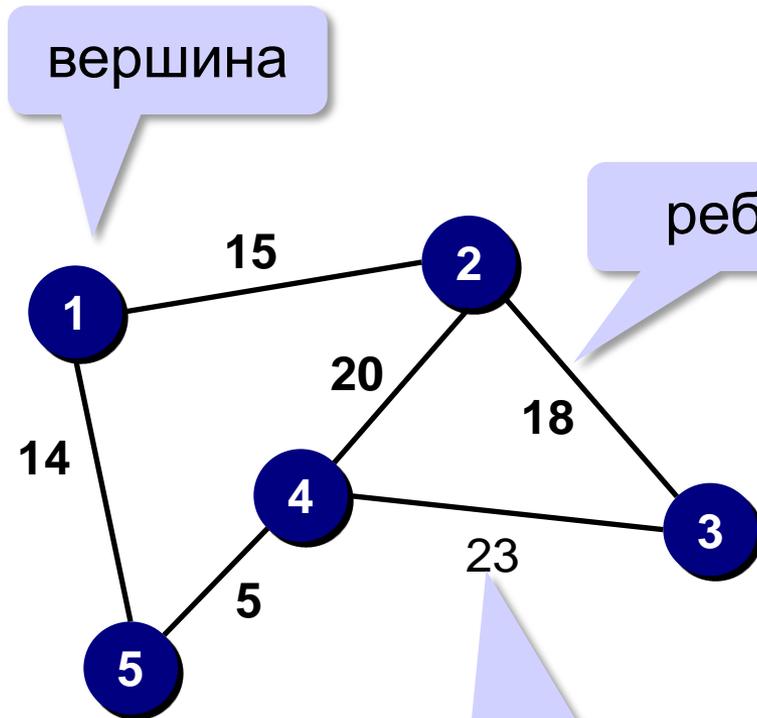
Модель всегда отличается от оригинала



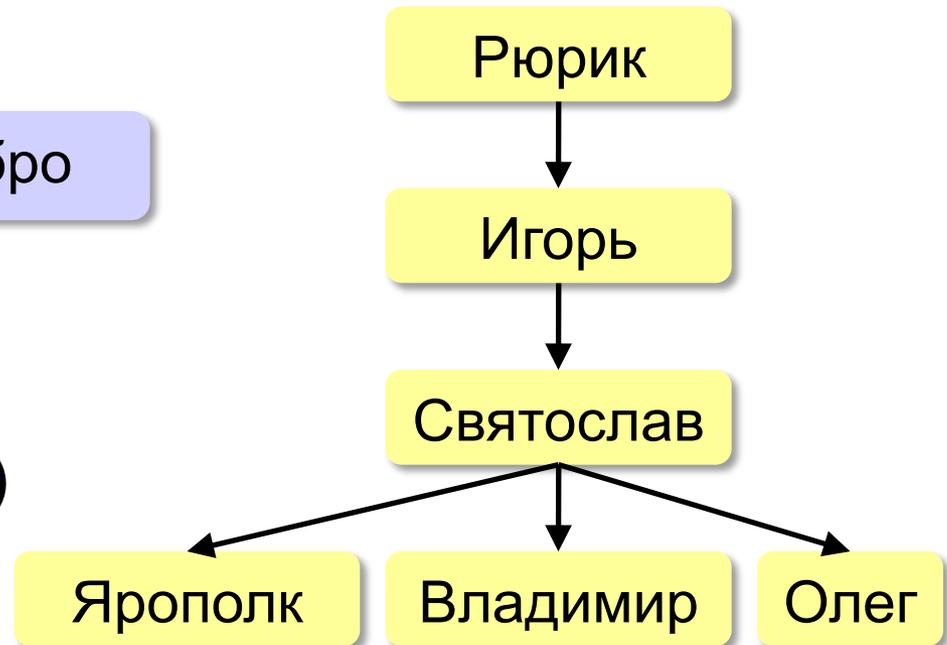
Любая модель адекватна только при определенных условиях!

Системный подход

Граф – это набор вершин и соединяющих их ребер.

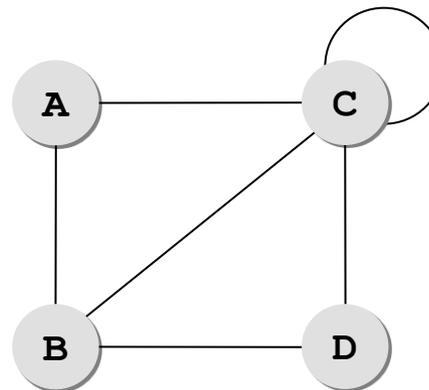
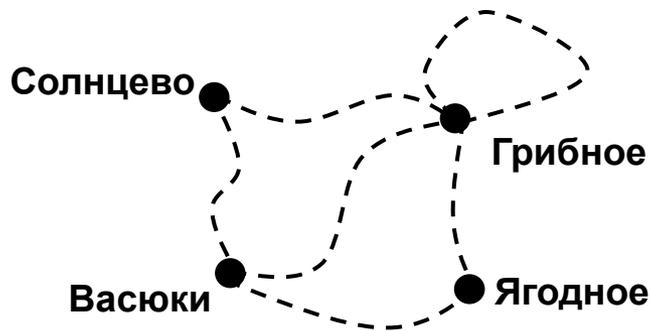


вес ребра
(взвешенный граф)



ориентированный граф
(орграф) – ребра имеют
направление

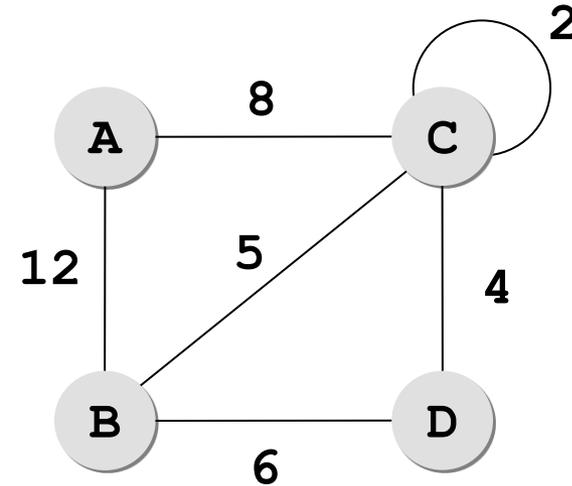
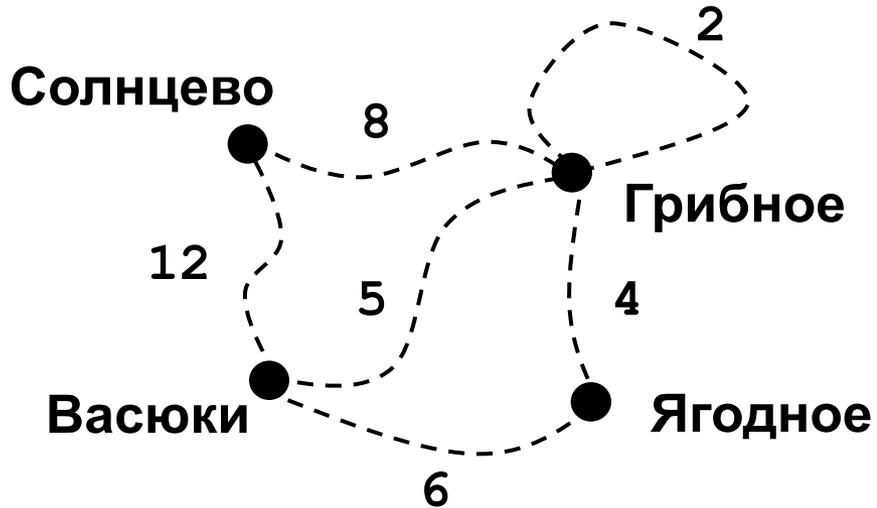
Матрица смежности



	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

петля

Весовая матрица

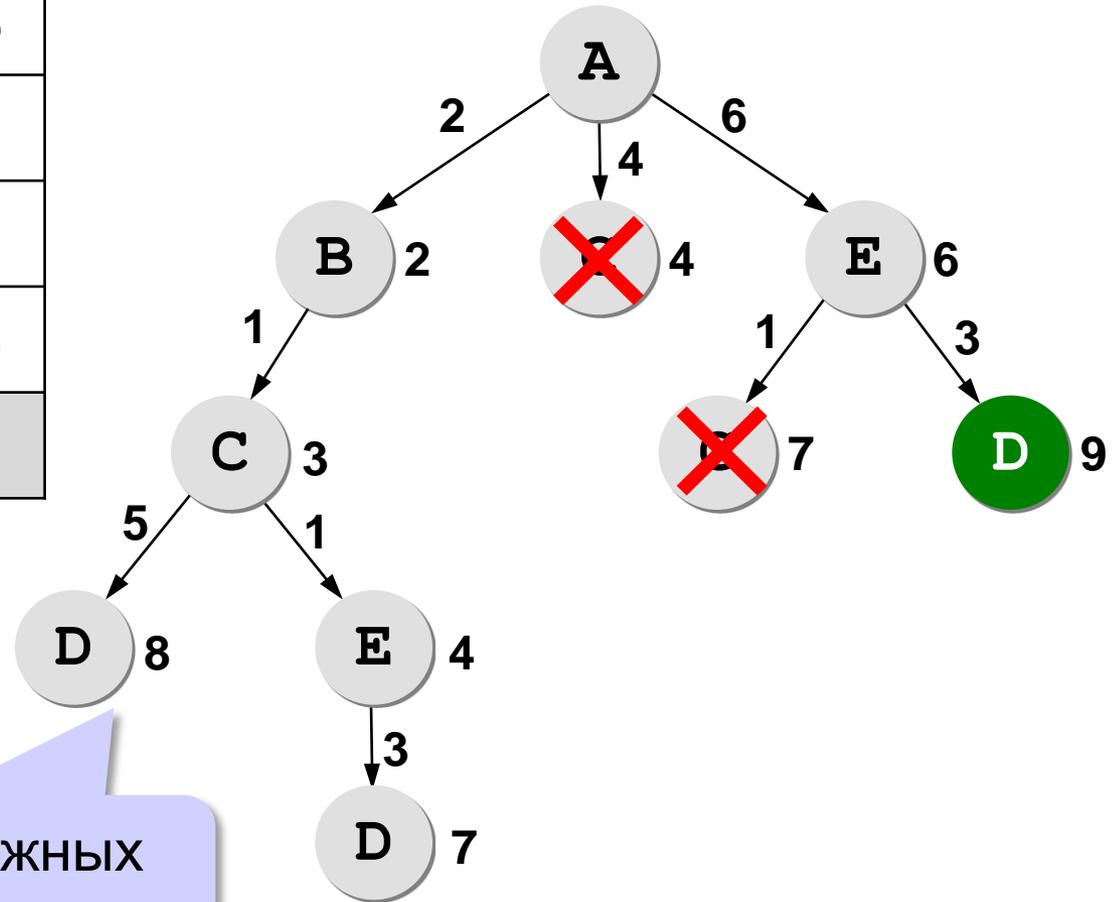


	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

Кратчайшие пути

	A	B	C	D	E
A		2	4		6
B	2		1		
C	4	1		5	1
D			5		3
E	6		1	3	

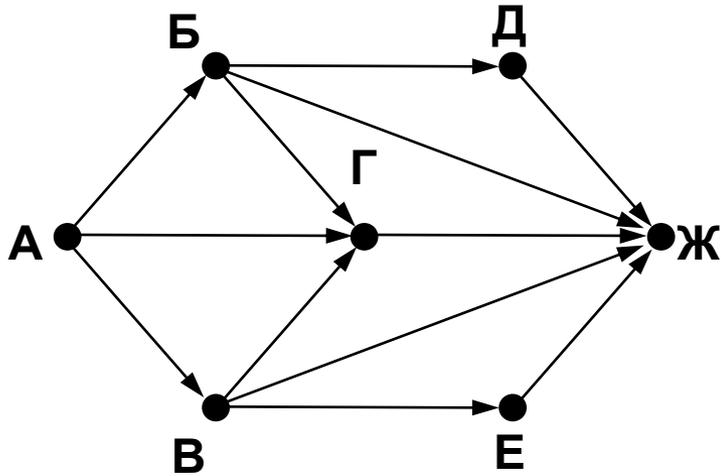
Определите кратчайший путь между пунктами A и D.



дерево возможных маршрутов

Количество путей

Сколько существует различных путей из А в Ж?



Модели и моделирование

Этапы моделирования

I. Постановка задачи

- **исследование оригинала**
изучение сущности объекта или явления
- **анализ («что будет, если ...»)**
научиться прогнозировать последствий при различных воздействиях на оригинал
- **синтез («как сделать, чтобы ...»)**
научиться управлять оригиналом, оказывая на него воздействия
- **оптимизация («как сделать лучше»)**
выбор наилучшего решения в заданных условиях



Ошибки при постановке задачи приводят к наиболее тяжелым последствиям!

I. Постановка задачи

Хорошо поставленная задача:

- описаны все связи между исходными данными и результатом
- известны все исходные данные
- решение существует
- задача имеет единственное решение

Примеры плохо поставленных задач:

- Винни Пух и Пятачок построили ловушку для слонопотама. Удастся ли его поймать?
- Малыш и Карлсон решили по-братски разделить два орешка – большой и маленький. Как это сделать?
- Найти максимальное значение функции $y = x^2$ (нет решений).
- Найти функцию, которая проходит через точки $(0,1)$ и $(1,0)$ (неединственное решение).

II. Разработка модели

- **выбрать тип модели**
- **определить *существенные* свойства оригинала**, которые нужно включить в модель, отбросить несущественные (для данной задачи)
- **построить формальную модель**
это модель, записанная на *формальном языке* (математика, логика, ...) и отражающая только существенные свойства оригинала
- **разработать алгоритм работы модели**
алгоритм – это четко определенный порядок действий, которые нужно выполнить для решения задачи

III. Тестирование модели

Тестирование – это проверка модели на простых исходных данных с известным результатом.

Примеры:

- устройство для сложения многозначных чисел – проверка на однозначных числах
- модель движения корабля – если руль стоит ровно, курс не должен меняться; если руль повернуть влево, корабль должен идти вправо
- модель накопления денег в банке – при ставке 0% сумма не должна изменяться



Модель прошла тестирование. Гарантирует ли это ее правильность?

IV. Эксперимент с моделью

Эксперимент – это исследование модели в интересующих нас условиях.

Примеры:

- устройство для сложения чисел – работа с многозначными числами
- модель движения корабля – исследование в условиях морского волнения
- модель накопления денег в банке – расчеты при ненулевой ставке

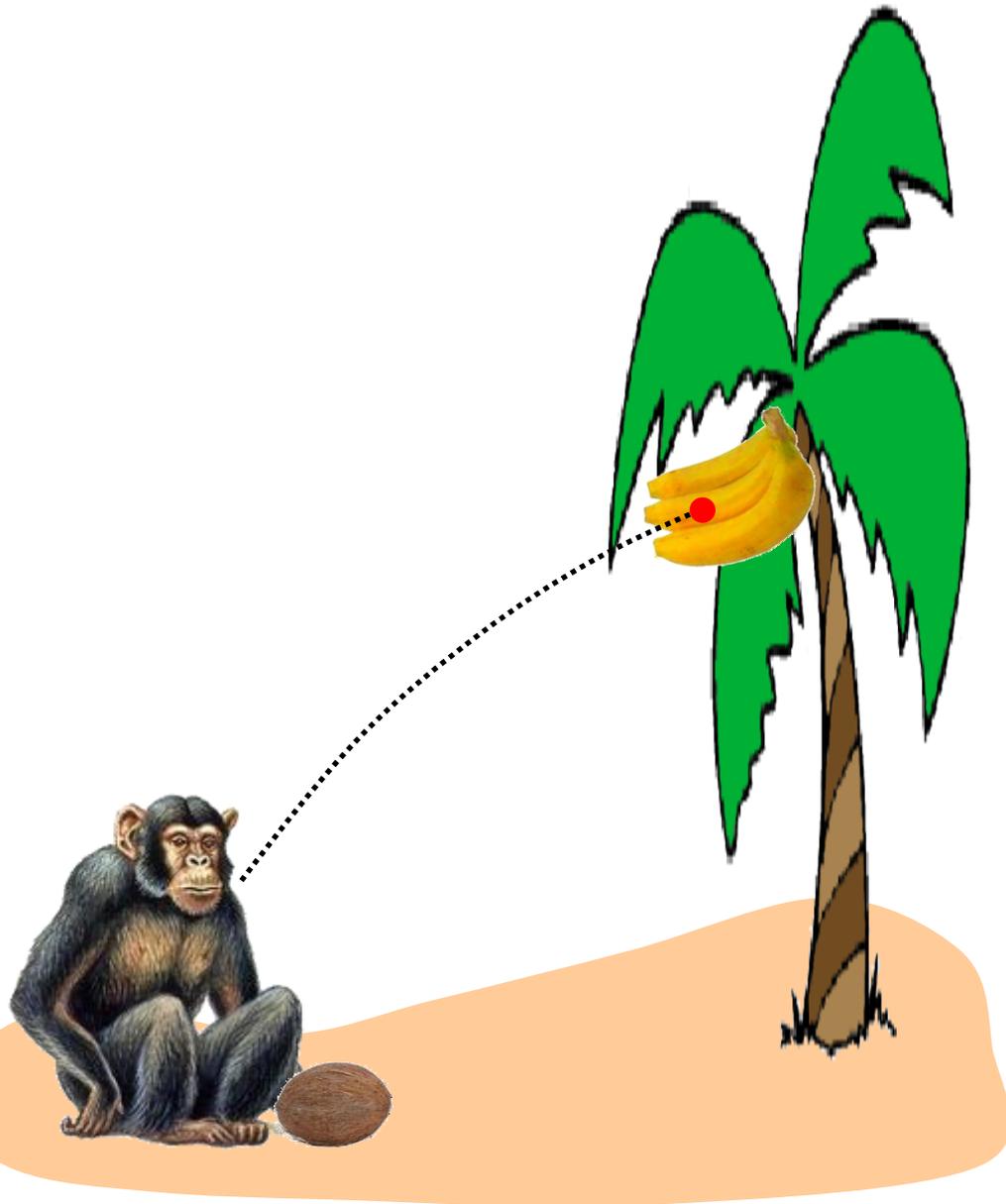


Можно ли 100%-но верить результатам?

V. Проверка практикой, анализ результатов

Возможные выводы:

- задача решена, модель адекватна
- необходимо изменить алгоритм или условия моделирования
- необходимо изменить модель (например, учесть дополнительные свойства)
- необходимо изменить постановку задачи



Задача. Обезьяна хочет сбить бананы на пальме. Как ей надо кинуть кокос, чтобы попасть им в бананы.

Анализ задачи:

- все ли исходные данные известны?
- есть ли решение?
- единственно ли решение?

I. Постановка задачи

Допущения:

- кокос и банан считаем материальными точками
- расстояние до пальмы известно
- рост обезьяны известен
- высота, на которой висит банан, известна
- обезьяна бросает кокос с известной начальной скоростью
- сопротивление воздуха не учитываем

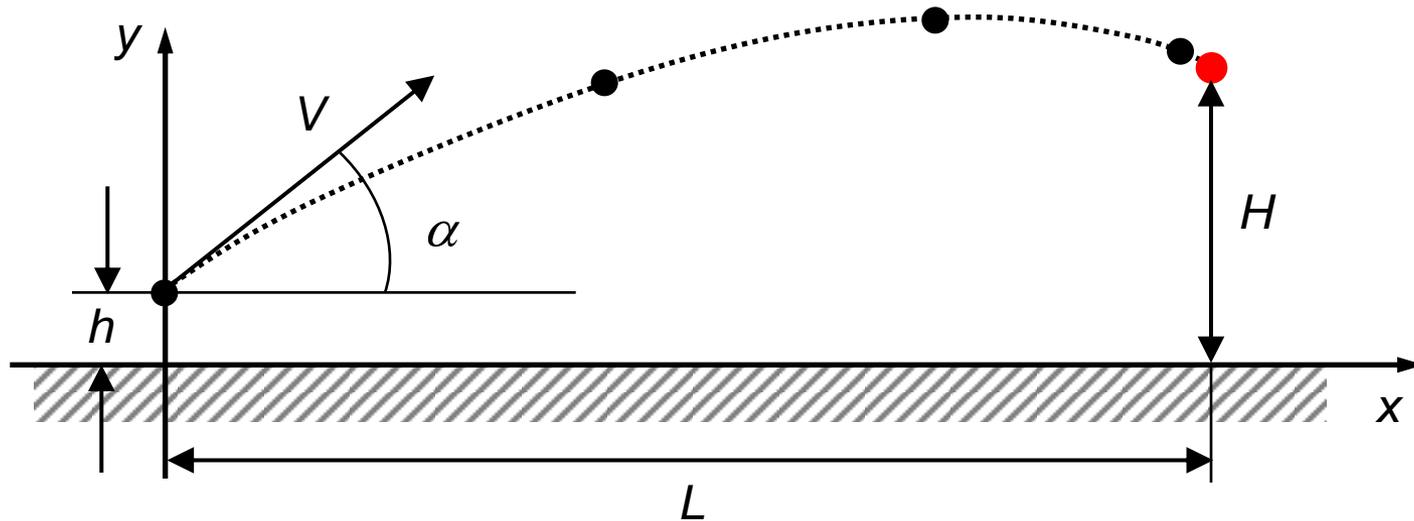
При этих условиях требуется найти начальный угол, под которым надо бросить кокос.



Всегда ли есть решение?

II. Разработка модели

Графическая модель



Формальная (математическая) модель

$$x = V \cos \alpha \cdot t, \quad y = h + V \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

Задача: найти t , α , при которых

$$V \cos \alpha \cdot t = L, \quad h + V \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = H$$

III. Тестирование модели

Математическая модель

$$x = V \cos \alpha \cdot t$$

$$y = h + V \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

- при нулевой скорости кокос падает вертикально вниз
- при $t=0$ координаты равны $(0, h)$
- при броске вертикально вверх ($\alpha=90^\circ$) координата x не меняется
- при некотором t координата y начинает уменьшаться (ветви параболы вниз)



Противоречий не обнаружено!

IV. Эксперимент

Метод I.

Меняем угол α . Для выбранного угла α строим траекторию полета ореха. Если она проходит выше банана, уменьшаем угол, если ниже – увеличиваем.

Метод II.

Из первого равенства выражаем время полета:

$$V \cos \alpha \cdot t = L \quad \Rightarrow \quad t = \frac{L}{V \cos \alpha}$$

Меняем угол α . Для выбранного угла α считаем t , а затем – значение y при этом t . Если оно больше H , уменьшаем угол, если меньше – увеличиваем.



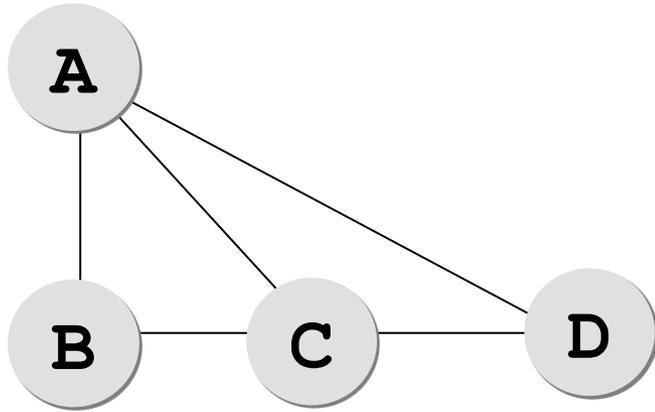
не надо строить всю траекторию для каждого α

V. Анализ результатов

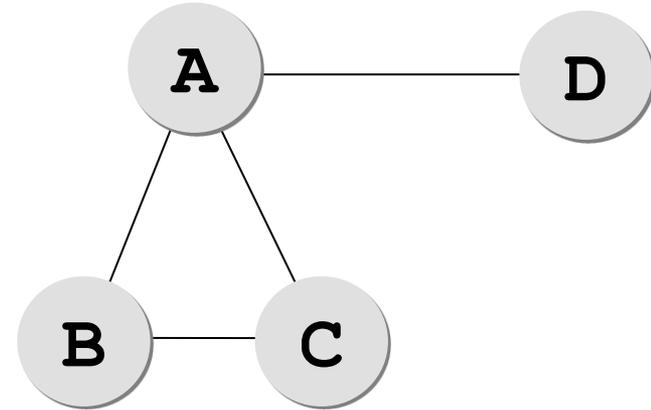
1. Всегда ли обезьяна может сбить банан?
2. Что изменится, если обезьяна может бросать кокос с разной силой (с разной начальной скоростью)?
3. Что изменится, если кокос и бананы не считать материальными точками?
4. Что изменится, если требуется учесть сопротивление воздуха?
5. Что изменится, если дерево качается?

Самостоятельная работа

1) Заполните таблицу

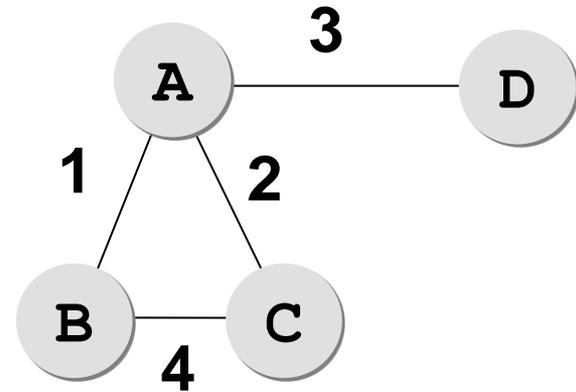
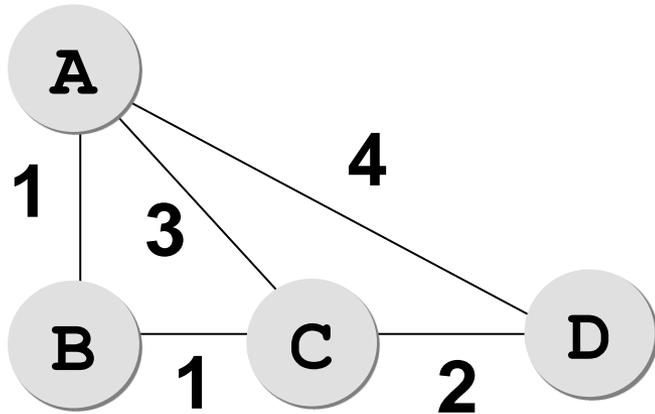


	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				



	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

2) Заполните таблицу



	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

3)

	A	B	C	D	E
A		2	4		
B	2		1		7
C	4	1		3	5
D			3		3
E		7	5	3	

Определите кратчайший путь между пунктами А и Е.

4) Количество путей

Сколько существует различных путей из А в Ж?

