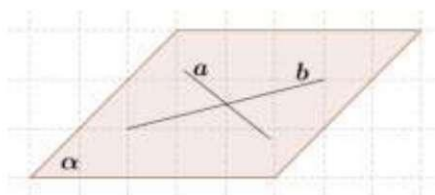


Скрещивающиеся прямые

✓ Возможные случаи расположения двух прямых в пространстве:

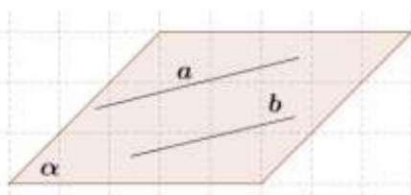
а) прямые *пересекаются*,
имеют одну общую точку и
задают плоскость

$$a \cap b \Rightarrow \exists \alpha$$



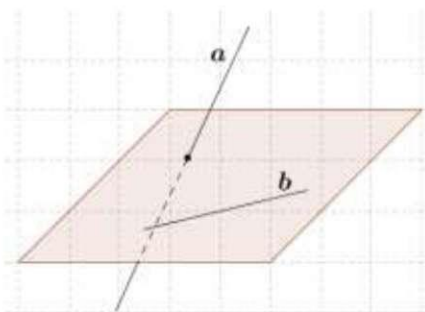
б) прямые *параллельны*,
т.е. не имеют общих точек
и лежат в одной плоскости

$$a \parallel b \Rightarrow \exists \alpha$$



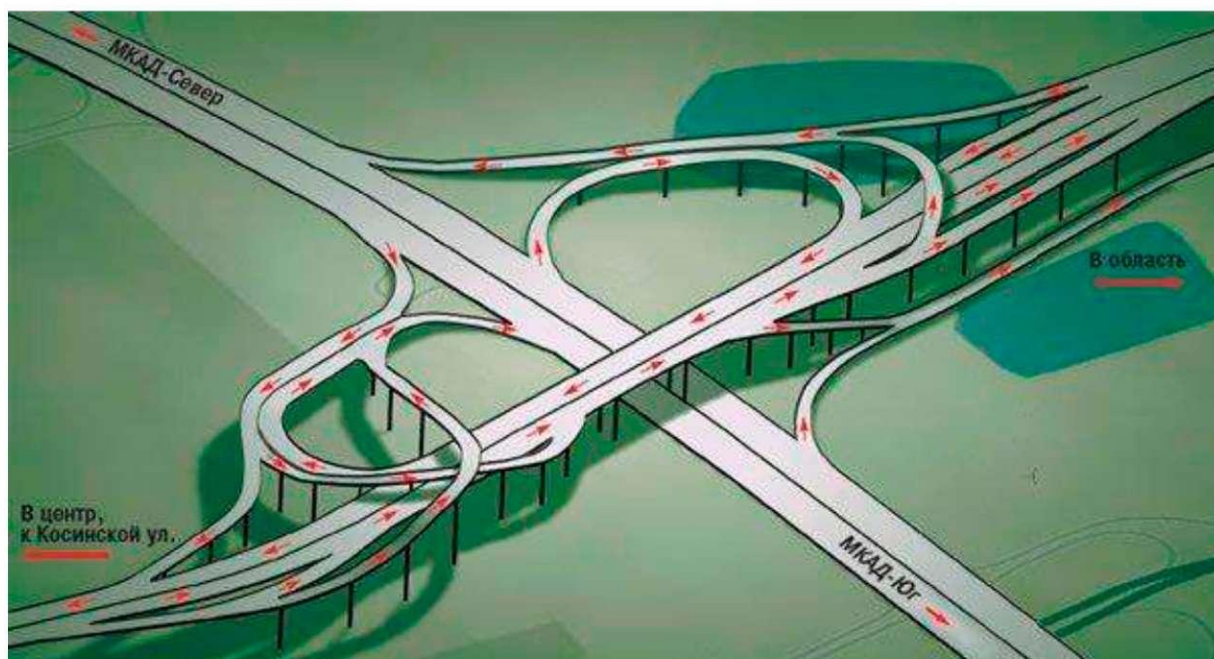
в) прямые *скрещиваются*,
т.е. не лежат в одной
плоскости

$$a \div b \Rightarrow \nexists \alpha$$



✓ Две прямые называются *скрещивающимися*, если они не лежат в одной плоскости





✓ Признак скрещивающихся прямых

Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся.

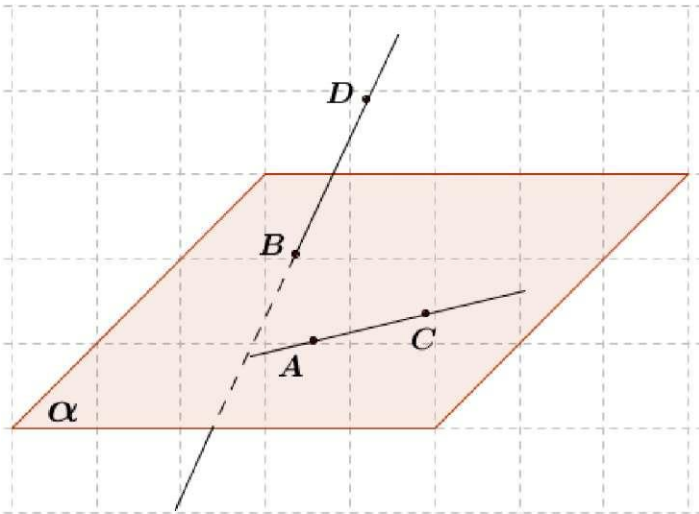
$$\left. \begin{array}{l} a \in \alpha \\ b \cap \alpha = B \\ B \notin a \end{array} \right| \Rightarrow a \perp b$$

Дано: $AC \in \alpha$, $BD \cap \alpha = B$, $B \notin a$.

Доказать: $AC \perp BD$.

Доказательство:

Предположим, что AC и BD лежат в одной плоскости β . Тогда точки A , B и C принадлежат как плоскости α , так и плоскости β , значит они совпадают, но это невозможно, т.к. BD не лежит в плоскости α . Получили противоречие, значит, прямые AC и BD не лежат в одной плоскости, тогда по определению они скрещивающиеся прямые.



✓ Теорема о скрещивающихся прямых

Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.

Дано: $a \perp b$

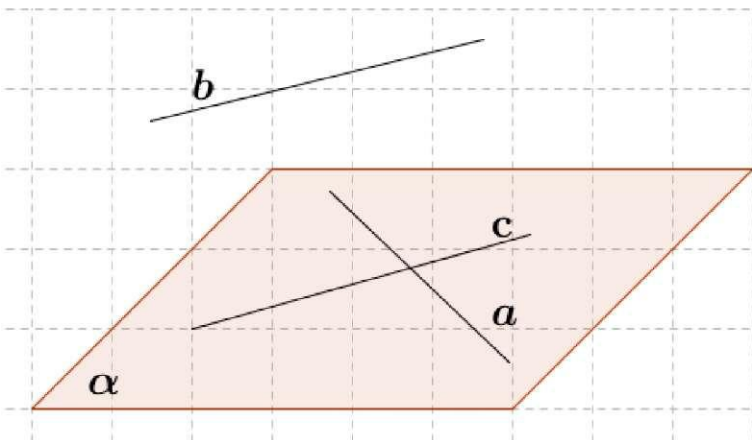
Доказать: $\exists \alpha$ такая, что $a \in \alpha$ и $b \parallel \alpha$

Док-во:

Проведем $c \parallel b$ и $c \cap a \Rightarrow \exists \alpha$ единственная.

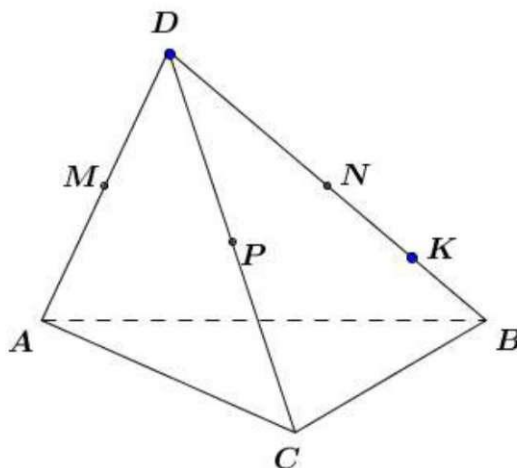
По признаку параллельности прямой и плоскости

$$\left. \begin{array}{l} b \notin \alpha \\ b \parallel c \\ c \in \alpha \end{array} \right| \Rightarrow b \parallel \alpha.$$



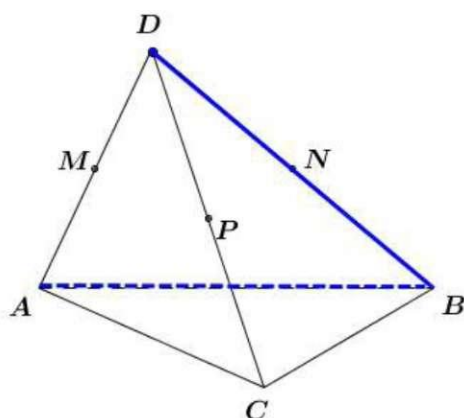
Точка D не лежит в плоскости треугольника ABC , точки M , N и P - середины отрезков DA , DB и DC соответственно, точка K лежит на отрезке BN . Выясните взаимное расположение прямых:

а) ND и AB ; б) PK и BC ; в) MN и AB ; г) MP и AC ; д) KN и AC ; е) MD и BC .

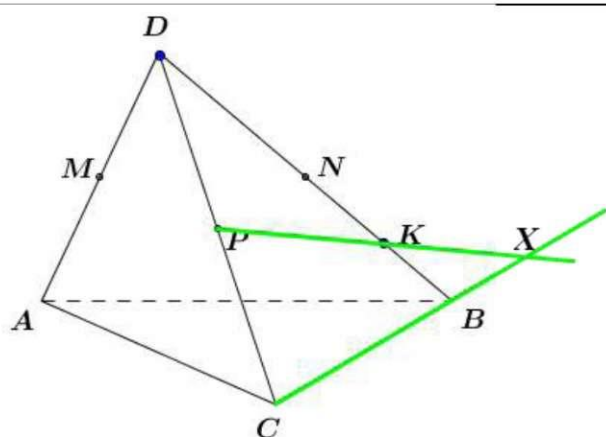


Решение:

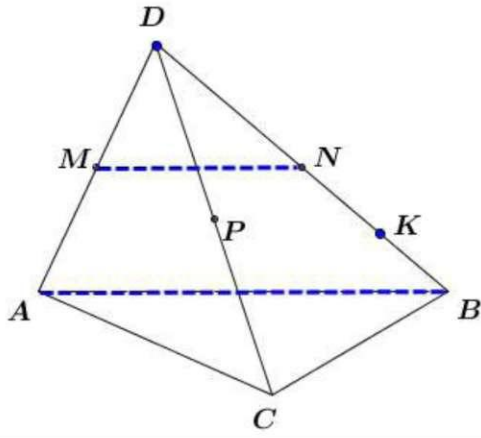
а)



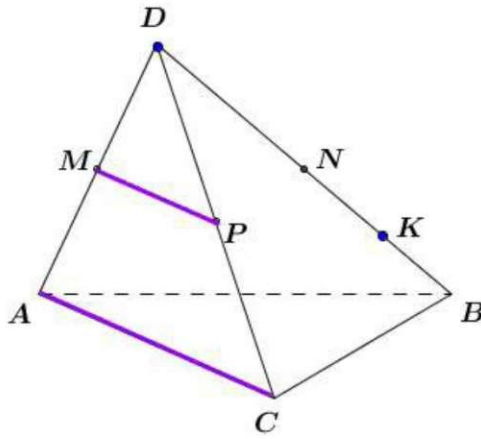
б)



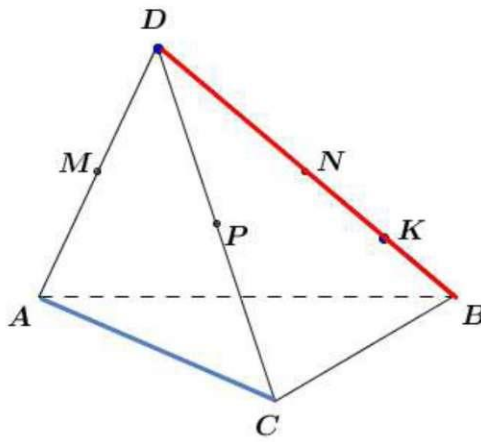
в)



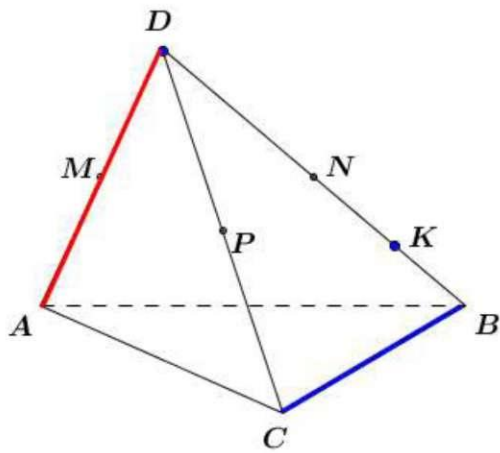
г)



д)

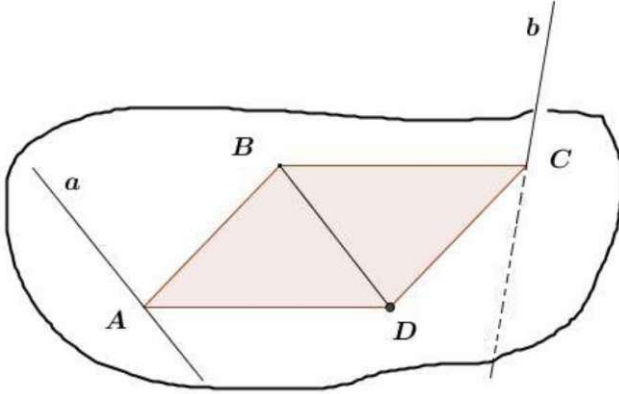


е)



Задача №2

Через вершину A ромба $ABCO$ проведена прямая a , параллельная диагонали BD , а через вершину C - прямая b , не лежащая в плоскости ромба. Докажите, что: а) прямые a и CD пересекаются; б) a и b скрещивающиеся прямые.



Дано: $ABCD$ - ромб,
 $a \subset ABC$, $A \in a$, $BD \parallel a$, $b \cap ABC = C$.

Доказать:

а) $a \cap CD$; б) $a \not\subset b$.

Доказательство:

а) Прямые a и CD принадлежат плоскости ромба и в этой плоскости

$$\left. \begin{array}{l} a \parallel BD \\ BD \cap CD \end{array} \right| \Rightarrow a \cap CD.$$

б) Из признака скрещивающихся прямых

$$\left. \begin{array}{l} a \subset ABC \\ b \cap ABC = C \\ C \notin a \end{array} \right| \Rightarrow a \not\subset b.$$

Схема расположения прямых в пространстве

