
Тема **Элементы комбинаторики, теории множеств и математической логики**

План:

1. Основные понятия: комбинаторика, перестановка, сочетание и размещение.
2. Логика. Логические операции
3. Основы теории множеств
4. Вопросы и задания

1. Основные понятия: комбинаторика, перестановка, сочетание и размещение.

Комбинаторика - это раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

Элементы комбинаторики являются важным инструментом в математике и науке о данных. Они позволяют нам рассматривать различные комбинации и перестановки объектов, а также анализировать их свойства и вероятности.

Основные понятия комбинаторики включают перестановки, сочетания и размещения. Перестановка - это упорядоченное расположение объектов, набор которых может быть переупорядочен. Сочетание - это набор объектов, выбранных из заданного множества без учета порядка. Размещение - это упорядоченные наборы объектов из заданного множества.

Принцип суммы и принцип произведения являются основными принципами комбинаторики. Принцип суммы утверждает, что если задача может быть выполнена несколькими различными способами, то общее количество способов равно сумме количества способов выполнения каждого отдельного способа. Принцип произведения утверждает, что если задача может быть выполнена последовательно несколькими независимыми этапами, то общее количество способов выполнения задачи равно произведению количества способов выполнения каждого этапа.

Комбинаторика также широко применяется в задачах вероятности и теории игр. Например, для определения вероятности определенного исхода в случайном эксперименте, комбинаторику можно использовать для определения количества возможных исходов. В задачах теории игр комбинаторика часто используется для оценки количества возможных ситуаций и различных стратегий игроков.

Все эти аспекты комбинаторики имеют широкое применение в различных областях знания - от математики и физики до информатики и экономики. Понимание основных понятий и принципов комбинаторики позволяет нам решать сложные задачи и находить оптимальные решения в различных ситуациях.

Перестановки

Определение: Перестановками из n элементов называются комбинации из n элементов, отличающиеся друг от друга только порядком расположения в них элементов.

Формула $P_n = n!$

Типичная смысловая нагрузка: «Сколькими способами можно переставить n объектов?»

Сколькими способами можно расставить 3 различные книги на книжной полке?

Решение: Выбираем одну из 3-х книг и ставим на первое место. Это можно сделать тремя способами.

Вторую книгу мы можем выбрать из 2-х оставшихся двумя способами, получаем $3 \cdot 2$ способов.

Третью книгу мы можем выбрать 1 способом.

Получится $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ способов.

Ответ: 6.

Пример 1. Сколькими способами можно расставить 8 участников финального забега на восьми беговых дорожках?

Решение: $P_8 = 8! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40320$.

Ответ: 40320.

Пример 2. Сколькими способами можно составить расписание на один день, если в этот день предусмотрено 6 уроков по 6 разным предметам?

Решение: $P_6 = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$.

Ответ: 720.

Пример 3. Сколькими различными способами можно разместить на скамейке 10 человек?

Решение: $P_{10} = 10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 3628800$.

Ответ: 3628800.

Пример 4. Сколько слов можно получить, переставляя буквы в слове Гора?

Решение: $P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$.

Ответ: 24.

Пример 5. Сколько различных шестизначных чисел, кратных 5, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 при условии, что цифры в числе не повторяются?

Решение: Чтобы число было кратным 5, цифра 5 должна стоять на последнем месте. Остальные цифры могут стоять на оставшихся пяти местах в любом порядке. Следовательно, искомое количество шестизначных чисел, кратных 5, равно числу перестановок из 5 элементов, т.е.

$$P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

Ответ: 120

Размещения

Определение: Размещением из n элементов по k ($k \leq n$) называется любое множество, состоящее из k элементов, взятых в определённом порядке из данных n элементов.

Формула: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

Типичная смысловая нагрузка: «Сколькими способами можно выбрать k объектов и в каждой выборке переставить их местами?»

Имеется 5 книг и одна полка, такая что на ней вмещается лишь 3 книги.

Сколькими способами можно расставить на полке 3 книги?

Это задача на размещение.

Решение: Выбираем одну из 5-ти книг и ставим на первое место на полке. Это можно сделать 5-ю способами.

Вторую книгу мы можем выбрать 4-мя способами и поставить рядом с одной из 5-ти возможных первых.

Таких пар может быть $5 \cdot 4$.

Третью книгу мы можем выбрать 3-мя способами.

Получится $5 \cdot 4 \cdot 3$ разнообразных троек. Значит всего способов разместить 3 книги из 5-ти $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.

Ответ: 60.

Пример 1. Учащиеся второго класса изучают 9 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нём было 4 различных предмета?

Решение: $A_9^4 = \frac{9!}{5!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 3024$.

Ответ: 3024.

Пример 2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 2, 4, 6, 7, 9?

Решение: $A_5^3 = \frac{5!}{2!} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$.

Ответ: 60.

Сочетания

Определение: Сочетанием из n элементов по k ($k < n$) называется любое множество, составленное из k элементов, выбранных из данных n элементов (не имеет значения, в каком порядке указаны элементы).

Формула: $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

Типичная смысловая нагрузка: «Сколькими способами можно выбрать k объектов из n ?»

Сколькими способами можно расставить 3 тома на книжной полке, если выбирать их из имеющихся в наличии внешне неразличимых 5 книг?

Это задача на сочетания.

Решение: Книги внешне неразличимы. Но они различаются, и существенно! Эти книги разные по содержанию. Возникает ситуация, когда важен состав элементов выборки, но несущественен порядок их расположения.

123 124 125 134 135 145

234 235 245

345

Ответ: 10.

Пример 1. В классе 7 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в математической олимпиаде?

Решение: $C_7^2 = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7}{2! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7}{2!} = 21$.

Ответ: 21.

Пример 2. На тренировках занимаются 12 баскетболистов. Сколько может быть организовано тренером разных стартовых пятерок?

Решение: $C_{12}^5 = \frac{12!}{5! \cdot 7!} = \frac{7! \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{5! \cdot 7!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{120} = 8 \cdot 9 \cdot 11 = 792$.

Ответ: 792.

2. Логика. Логические операции

Логика является одной из дисциплин, образующих математический фундамент информатики.

Термин «логика» происходит от древнегреческого *logos* – «слово, мысль, понятие, рассуждение, закон».

Логика – это наука о законах и формах мышления. Она изучает абстрактное мышление как средство познания объективного мира.

Высказывание

Для информатики важен раздел математики, называемый алгеброй логики; объектами алгебры логики являются высказывания.

Высказывание – это повествовательное предложение, про которое можно определенно сказать истинно оно или ложно.

Не всякое повествовательное предложение является высказыванием. Например, предложение «Это предложение является ложным» не является высказыванием, так как относительно него нельзя сказать, истинно оно или ложно, без того чтобы не получить противоречие.

Побудительные и вопросительные предложения высказываниями не являются.

Высказывания могут строиться с использованием знаков различных формальных языков – математики, физики, химии и т.п.

Не являются высказываниями числовые выражения, но из двух числовых выражений можно составить высказывание, соединив их знаками равенства или неравенства.

Не являются высказываниями равенства или неравенства, содержащие переменные.

Алгебра логики отвлекается от смысловой содержательности высказываний. Ее интересует только то, истинно или ложно данное высказывание. В алгебре логики высказывания обозначают буквами и называют логическими переменными. При этом если высказывание истинно, то значение соответствующей ему логической переменной обозначают единицей ($A = 1$), а если ложно – нулем ($A = 0$). 0 и 1, обозначающие значения логических переменных, называются логическими значениями. Алгебра логики определяет правила записи, упрощения и преобразования высказываний и вычисления их значений. Опираясь на логические переменные, которые могут быть равны только 0 или 1, алгебра логики позволяет свести обработку информации к операциям с двоичными данными. Именно аппарат алгебры логики положен в основу компьютерных устройств хранения и обработки данных.

Логические операции

Высказывания бывают простые и сложные.

- Высказывание называется простым, если никакая его часть сама не является высказыванием.
- Сложные (составные) высказывания строятся из простых с помощью логических операций.

Логические операции – мыслительные действия, результатом которых является изменение содержания или объема понятий, а также образование новых понятий.

Логическое умножение или конъюнкция

Конъюнкция – логическая операция, ставящая в соответствие двум высказываниям новое высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

Обозначение: $A \text{ И } B$, $A \wedge B$, $A \cdot B$, $A \& B$.

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Логическое сложение или дизъюнкция

Дизъюнкция - логическая операция, которая двум высказываниям ставит в соответствие новое высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны.

Обозначение: А ИЛИ В, $A \vee B$, $A+B$.

Таблица истинности для дизъюнкции

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Логическое отрицание или инверсия

Инверсия – логическая операция, которая ставит высказыванию в соответствие новое высказывание, значение которого противоположно исходному.

Обозначение: НЕ А, $\bar{A}$, $\neg A$.

Таблица истинности для инверсии

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

Логическое следование или импликация

Импликация - это логическая операция, которая двум высказываниям ставит в соответствие новое высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда из истины следует ложь. То есть данная логическая операция связывает два простых логических выражения, из которых первое является условием (А), а второе (В) является следствием.

Обозначение: если...,то..., $A \rightarrow B$.

Таблица истинности для импликации

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Логическое равенство или эквивалентность

Эквивалентность - это логическая операция, которая двум высказываниям ставит в

соответствие новое высказывание, которое считается истинным, если оба высказывания либо одновременно истинны, либо одновременно ложны, и ложным во всех остальных случаях.

Обозначение: тогда и только тогда, когда, $A \leftrightarrow B$, $A \sim B$.

Таблица истинности для эквивалентности

Таблица 5

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Порядок выполнения логических операций в сложном логическом выражении:

1. Инверсия;
2. Конъюнкция;
3. Дизъюнкция;
4. Импликация;
5. Эквивалентность.

Для изменения указанного порядка выполнения логических операций используются скобки.

Построение таблиц истинности для логических выражений

Для логического выражения можно построить таблицу истинности, показывающую, какие значения принимает выражение при всех наборах значений, входящих в него переменных.

Для построения таблицы истинности следует:

- подсчитать n - число переменных в выражении;
- подсчитать общее число логических операций в выражении;
- установить последовательность выполнения логических операций с учетом скобок и приоритетов;
- определить число столбцов в таблице: число переменных + число операций;
- заполнить шапку таблицы, включив в нее переменные и операции в соответствии с последовательностью;
- определить число строк в таблице (не считая шапки таблицы): $m = 2^n$;

Для формулы, которая содержит две переменные, таких наборов значений переменных всего четыре: (0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1).

Если формула содержит три переменные, то возможных наборов значений переменных восемь: (0, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 0), (1, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 1, 1).

- выписать наборы входных переменных;
- провести заполнение таблицы по столбцам, выполняя логические операции в соответствии с установленной последовательностью.

Пример. Построим таблицу истинности для логического выражения $A \vee A \wedge B$

В нем две переменные, две операции, причем сначала выполняется конъюнкция, а затем – дизъюнкция. Всего в таблице будет 4 столбца. Число строк в таблице равно $2^2 = 4$.

Заполненная таблица истинности имеет вид:

A	B	$A \wedge B$	$A \vee A \wedge B$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

Пример. Построим таблицу истинности для логического выражения

$$F = A \sim B \wedge (\bar{C} \vee B)$$

В нем три переменные, четыре операции, причем сначала выполняется отрицание $\bar{C}$, дизъюнкция (т.к. в скобках), затем – конъюнкция и эквивалентность. Всего в таблице будет 7 столбцов. Число строк в таблице равно $2^3 = 8$.

Заполненная таблица истинности имеет вид:

Таблица 7

A	B	C	$\bar{C}$	$\bar{C} \vee B$	$B \wedge (\bar{C} \vee B)$	F
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1	1

1	1	1	0	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---

Свойства логических операций

Основные свойства логических операций называют также законами алгебры логики.

Таблица 8

название	для И	для ИЛИ
двойного отрицания	$\bar{\bar{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \bar{A} = 0$	$A + \bar{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 0 = 0, A \cdot 1 = A$	$A + 0 = A, A + 1 = 1$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
поглощения	$A \cdot (A + B) = A$	$A + A \cdot B = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$	$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

Законы алгебры логики могут быть доказаны с помощью таблиц истинности.

3. Основы теории множеств

Понятие множества принадлежит к числу фундаментальных неопределяемых понятий математики. О множестве известно, как минимум, что оно состоит из элементов. Можно сказать:

Определение 1: Множеством называется любая совокупность каких-либо объектов, обладающим общим для всех характеристическим свойством.

Определение2: Множество – это неопределяемое понятие, которое задается перечислением предметов, входящих в него, либо их свойствами.

Определение3: Объекты, из которых составлено множество, называются его элементами.

Элементы, составляющие множество, обозначаются строчными латинскими буквами: $a, b, m, x, y \dots$; множество часто обозначают прописными латинскими буквами $A, B, M, X, Y \dots$.

Знак $\in$ обозначает вхождение или принадлежность; запись $x \in E$ читается: «элемент x принадлежит множеству E », или короче: « x —элемент множества E ». Если x не принадлежит E , будем писать $x \notin E$, что читается « x не является элементом множества E » или « x не принадлежит множеству E ».

Существует два способа задания множества:

1) перечисление элементов (только для конечных множеств):

$$M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

2) указание характеристических свойств:

$M = \{x \mid x \in N, x \leq 6\}$. Множество M состоит из таких элементов x , обладающих свойством $x \leq 6$, где x – натуральное число.

Примеры множеств:

- 1) $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ – множество натуральных чисел;
- 2) Z – множество целых чисел;
- 3) R – множество вещественных чисел;

4) Множество студентов в группе.

Определение 4: Множество называется конечным, если оно одержит конечное число элементов. Все остальные множества называются бесконечными.

Перечислением можно задавать только конечные. Бесконечные множества задаются характеристическим свойством (предикатом) или порождающей процедурой.

Определение 5: Множества, не содержащие элементы, называются пустыми множествами. Пустое множество обозначают символом $\emptyset$ или $\{\}$.

Определение 6: Универсальное множество (универсум) — в математике множество, содержащее все объекты и все множества. В тех аксиоматиках, в которых универсальное множество существует, оно единственно.

Универсальное множество обычно обозначается U (от англ. universe, universal set), реже E .

Определение 7. Множество A называется подмножеством множества B , если всякий элемент из A является элементом B . Обозначают $A \subseteq B$.

Пример: 1) $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{2, 4, 6\}$, то $A \subseteq B$; 2) Принято считать, что пустое множество является подмножеством любого множества, $\emptyset \subseteq A$, где A – любое множество; 3) само множество A является своим подмножеством,

т.е. $A \subseteq A$; 4) Универсальное множество U обладает свойством: все рассматриваемые множества являются его подмножеством $A \subseteq U$, где A – любое множество.

Определение 8. Множества A и B считаются равными, если они состоят из одних и тех же элементов.

Равенство множеств обозначают так: $A = B$.

Для того, чтобы доказать равенство множеств A и B нужно:

1) доказать, что каждый элемент множества A является элементом множества B ;

2) доказать, что каждый элемент множества B является элементом множества A .

То есть, множества A и B считаются равными, если $A \subset B$ и $B \subset A$.

Определение 9: В случае, когда $A \subseteq B$ и $A \neq B$, то это записывают $A \subset B$ и говорят, что A есть собственное подмножество B .

Определение 10: Мощность множества A обозначается $|A|$.

Для конечных множеств мощность – это число его элементов.

Пример: 1) $B = \{1, 2, 3\}$, $|B| = 3$; 2) $|Z| = \infty$; 3) $|\emptyset| = 0$.

Определение 11: Равные множества являются равномошными. Если $A=B$, то $|A| = |B|$.

Операции над множествами

Диаграммы Эйлера-Венна – геометрические представления множеств. Построение диаграммы заключается в изображении большого прямоугольника, представляющего универсальное множество U , а внутри его – кругов (или каких-нибудь других замкнутых фигур), представляющих множества.

Для получения новых множеств из уже существующих, используют операции над множествами. Рассмотрим основные из них.

Определение: Объединением множеств A и B называется множество, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A или B без повторения:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}.$$

Пример, $A = \{1, 2, 6, 7\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, тогда $A \cup B = \{1, 2, 4, 6, 7, 8\}$

Определение: Пересечением множеств A и B называется множество, состоящее из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат одновременно как множеству A , так и множеству B :
 $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}.$

Пример, $A = \{1, 2, 6, 7\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, тогда $A \cap B = \{2\}$

Определение: Разностью множеств A и B называется множество всех тех и только тех элементов A , которые не содержатся в B (рис. 3):

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}.$$

Пример, $A = \{1, 2, 6, 7\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, тогда $A \setminus B = \{1, 6, 7\}$, $B \setminus A = \{4, 8\}$

Определение: Дополнением множества A называется множество $\bar{A}$ (или A^c) всех тех элементов универсума, которые не принадлежат множеству A :

$$\bar{A} = U \setminus A.$$

Замечание. $A \setminus B = A \cap \bar{B}$.

Определение: Симметрической разностью (или кольцевой суммой) множеств A и B называется множество элементов этих множеств, которые принадлежат либо только множеству A , либо только множеству B (рис. 4):

$$A \oplus B = \{x \mid \text{либо } x \in A, \text{ либо } x \in B\}.$$

$$A \oplus B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

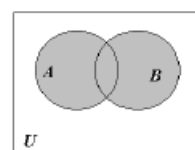


Рисунок. 1.

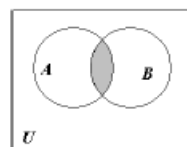


Рисунок. 2.

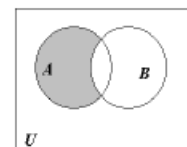


Рисунок. 3.

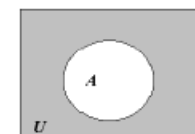


Рисунок. 4.

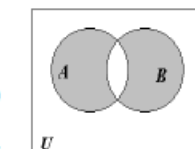


Рисунок. 5.

Пример, $A=\{1,2,6,7\}$, $B=\{2,4,6,8\}$, тогда $A \oplus B = \{1,4,7,8\}$

Основные тождества алгебры множеств

Для произвольных множеств A , B , и C справедливы следующие соотношения (табл. 1):

Таблица 8

1. Коммутативность объединения $A \cup B = B \cup A$	1'. Коммутативность пересечения $A \cap B = B \cap A$
2. Ассоциативность объединения $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$	2'. Ассоциативность пересечения $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$
3. Дистрибутивность объединения относительно пересечения $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	3'. Дистрибутивность пересечения относительно объединения $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
4. Законы действия с пустым и универсальным множествами $A \cup \emptyset = A$ $A \cup \bar{A} = U$ $A \cup U = U$	4'. Законы действия с пустым и универсальным множествами $A \cap U = A$ $A \cap \bar{A} = \emptyset$ $A \cap \emptyset = \emptyset$
5. Закон идемпотентности объединения $A \cup A = A$	5'. Закон идемпотентности пересечения $A \cap A = A$
6. Закон де Моргана	6'. Закон де Моргана

$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$	$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$
7. Закон поглощения $A \cup (A \cap B) = A$	7'. Закон поглощения $A \cap (A \cup B) = A$
8. Закон склеивания $(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) = A$	8'. Закон склеивания $(A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) = A$
9. Закон Поречского $A \cup (\bar{A} \cap B) = A \cup B$	9'. Закон Поречского $A \cap (\bar{A} \cup B) = A \cap B$
10. Закон двойного дополнения $\overline{\bar{A}} = A$	

Одним из важных понятий теории множеств является понятие декартова произведения множеств.

Определение: Декартовым (прямым) произведением множеств X и Y называется множество упорядоченных пар вида (x,y) , таких что $x \in X$ и $y \in Y$.

$$X \times Y = \{(x,y) \mid x \in X \text{ и } y \in Y\}.$$

Пример. Пусть $X=\{1,2\}$, $Y=\{3,4,5\}$. Тогда $X \times Y = \{(1,3), (1,4), (1,5), (2,3), (2,4), (2,5)\}$, $Y \times X = \{(3,1), (3,2), (4,1), (4,2), (5,1), (5,2)\}$, $X \times X = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$.

Две пары (x,y) и (u,v) считаются равными тогда и только тогда, когда $x=u$ и $y=v$

Аналогично можно определить декартово произведение n множеств $X_1, X_2, \dots, X_n$:

$$X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_1 \in X_1, x_2 \in X_2, \dots, x_n \in X_n\}.$$

Если $X_1 = X_2 = \dots = X_n = X$, то n -я степень множества X определяется как $X^n = \underbrace{X \times X \times \dots \times X}_n$.

Пример. Пусть $X = \{1, 2, 3\}$, тогда $X^2 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$

4. Вопросы и задания

1. Дайте определение комбинаторики.
2. В каких сферах применимы законы комбинаторики. Приведите примеры.
3. Перечислите 2 вида основных соединений комбинаторики.
4. Размещение – это
5. Перестановки – это
6. Сочетания - это
7. Что называется высказыванием?
8. Какие переменные называются логическими?
9. Что изучает алгебра логики?
10. Перечислите основные логические операции.
11. Назовите порядок выполнения логических операций.
12. Как построить таблицу истинности для логического выражения?
13. Назовите законы алгебры логики.
14. Задания
 - Определить все подмножества множества $B = \{a, b, c\}$
 - Приведите примеры бесконечного множества.